

Определение отношения теплоемкостей воздуха методом Клемана - Дезорма.

Цель работы: изучение термодинамических процессов в воздухе, экспериментальное определение отношения теплоемкостей $\gamma = C_p / C_v$ воздуха методом Клемана - Дезорма.

Приборы и принадлежности: баллон с распределительным краном, U-образный водяной манометр, насос, резиновые трубки, секундомер.

Теория и описание установки.

Состояние газа обычно описывается тремя основными параметрами: давлением p , объемом V и температурой T . Эти параметры легко измерить экспериментально, и они достаточно полно характеризуют состояние газа. В равновесии эти параметры газа связаны соотношением, которое называется уравнением состояния. Для идеального газа уравнение состояния для 1 моля вещества записывается в виде:

$$pV = RT \quad (1),$$

где R - универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(К·моль).

Кроме этих параметров важной величиной является внутренняя энергия газа U , которая определяется как сумма кинетической энергии хаотического движения молекул газа, потенциальной энергии их взаимодействия друг с другом и внутренней энергии самих молекул. Внутренняя энергия и основные параметры газа изменяются при различных физических процессах за счет притока или оттока теплоты Q и совершения работы A над внешними телами. Если процесс протекает достаточно медленно (квазиравновесный процесс), то можно допустить, что между параметрами p, V и T имеется связь, определяемая соотношением (1). Изменение внутренней энергии при этом подчиняется закону сохранения энергии, который записывается в виде:

$$dQ = dU + dA \quad (2),$$

где dQ - количество теплоты, переданной (или отнятой) газу, dU - изменение внутренней энергии, dA - работа, совершаемая внешними телами над данным газом (или работа, которую газ совершил над внешними телами). Это выражение называется первым законом термодинамики.

Часто применяемым параметром является теплоемкость газа C , которая определяется как количество теплоты, необходимое для нагрева газа на один кельвин, т.е.

$$C = \square \square$$

В термодинамике обычно выделяют четыре важнейших процесса в газах, которые протекают при сохранении постоянным одного из перечисленных параметров. Это следующие процессы: изохорический (при постоянном объеме $V = \text{const}$), изобарический (при постоянном давлении $p = \text{const}$), изотермический (при постоянной температуре $T = \text{const}$), и адиабатический (без теплообмена с внешней средой $dQ = 0$).

Для расчета термодинамических процессов в технике и в научных исследованиях часто необходимо знать величину теплоемкости газа при различных процессах. По определению теплоемкость есть "поглощение" тепла за счет изменения его внутренней энергии. Такое изменение существует лишь в двух из перечисленных процессах: изохорическом и изобарическом. Поэтому теплоемкость и определяется только в этих процессах. Она имеет разные величины, которые обозначаются как C_V и C_p соответственно. Между ними существует соотношение:

$$C_p = C_V + R \quad (4)$$

Отношение этих двух теплоемкостей представляет собой величину:

$$(6)$$

Для определения γ по методу Клемана - Дезорма используется адиабатический процесс, который осуществляется как резкое расширение газа, сжатого предварительно в баллоне. Используя первый закон термодинамики для этого случая ($dQ = 0$), получаем:

$$dA = -dU = -C_V dT$$

Учитывая, что $dA = p dV$ и используя уравнение состояния получаем соотношение:

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V} \quad (7)$$

откуда получаем зависимость между p и V для адиабатического процесса в виде:

$$pV^\gamma = \text{const}$$

Полученное выражение позволяет экспериментально определить величину γ для газов, близких к идеальным. Таким газом практически является воздух при условиях, близких к нормальным.

Измерительная установка и методика измерений

В настоящей работе для определения отношения $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ используется прибор Клемана - Дезорма. Схематически устройство

прибора показано на рис.1. Он состоит из стеклянного баллона Б с воздухом (экспериментальный объем), который соединяется с помощью распределительных кранов K_1 и K_2 , либо с атмосферой, либо с насосом Н и водяным U-образным манометром. Водяной манометр измеряет разность между давлением в баллоне и атмосферным давлением.

Экспериментальное определение отношения γ для воздуха, находящегося в баллоне сводится к осуществлению последовательности термодинамических процессов, представленных на p - V диаграмме на рис.2. Сначала кран K_1 закрыт, а кран K_2 открыт. Насосом Н в баллон дополнительно накачивается небольшая порция воздуха (процесс 1-2) и кран закрывается. За время накачки воздух в баллоне сжимается и нагревается. После перекрытия крана K_2 воздух изохорически остывает до комнатной температуры T_0 (процесс 2-3), и в баллоне устанавливается повышение давления $p_1 = p_0 + \Delta p_1$. Избыточное давление Δp измеряется водяным манометром.

Затем кран K_1 открывается на короткое время, часть газа выходит из баллона и давление в нем сравнивается с атмосферным, равным p_0 . Газ, оставшийся в баллоне, адиабатически расширится, совершив работу против давления окружающего воздуха. Вследствие этого его температура понизится до некоторого значения T (процесс 3-4). Когда давление воздуха в баллоне станет равным внешнему, кран K_1 быстро перекрывается, и газ начинает медленно изохорически нагреваться до комнатной температуры T_0 (процесс 4-5). Когда установится новое равновесие, давление в баллоне повысится до $p_2 = p_0 + \Delta p_2$. Величина Δp_2 снова измеряется водяным манометром.

Мысленно выделим внутри баллона произвольную порцию газа, ограниченную замкнутой поверхностью (как оболочкой). Во всех процессах газ, заключенный в эту “оболочку”, будет расширяться и сжиматься совершая работу против давления окружающего газа и обмениваясь с ним теплом. Эти процессы можно рассматривать как квазистатический. За время опыта газ в баллоне проходит три равновесные состояния:

1-е состояние: p_1, T_0, V_1 .

2-е состояние: p_0, T, V_2 .

3-е состояние: p_2, T_0, V_2 .

Разности давлений $p_1 - p_0$ и $p_2 - p_1$ в сотни и тысячи раз меньше атмосферного давления p_0 , следовательно, эти разности можно считать бесконечно малыми dp_1 и dp_2 соответственно. То же относится и к изменению объема газа в баллоне: $dV = V_2 - V_1$.

В адиабатическом процессе 3-4 теплообмена с окружающей средой нет. Тогда из 1-го закона термодинамики получаем:

$$dA = -dU = -C_v dT \quad (12)$$

Учитывая, что $dA = p dV$, используя уравнение состояния (1) и соотношение (4), после несложных алгебраических преобразований получим выражение

$$\frac{dp_1}{p} = -\gamma \frac{dV}{V} \quad (13)$$

Что является уравнением адиабатического процесса. Отсюда для γ получаем выражение

$$\gamma = -\frac{dp_1}{p} \cdot \frac{V}{dV} \quad (14)$$

В состояниях 1 и 3 температуры газа одинаковы, а потому в этих состояниях произведение pV одно и то же. Следовательно, соответствующие изменения давления и объема связаны соотношением $p dV + V dp_2 = 0$. Подставляя это выражение в (14), окончательно получаем:

$$\gamma = \frac{p_1 - p_0}{p_1 - p_2} = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} \quad (15)$$

По измеренным давлениям Δp_1 и Δp_2 можно вычислить отношение теплоемкостей $\gamma = C_p / C_v$, используя формулу (15). Она служит основной для упрощенного определения отношения γ воздуха методом Клемана - Дезорма. Полученная формула справедлива при выполнении следующих условий:

1. В процессе 3-4 кран баллона должен быть перекрыт в момент когда давление станет равным p_0 .
2. Время, в течении которого давление в баллоне уменьшается от p_1 до p_0 , должно быть достаточно малым, чтобы теплообменом с окружающим воздухом можно было пренебречь.

На практике эти условия точно выполнить не удастся, и при относительной простоте данный метод оказывается неточным. Поэтому для повышения точности измерения γ необходимо снимать зависимость p_2 от времени t открытия крана K_1 при адиабатическом процессе.

Расчеты показывают, что зависимость отношения $\Delta p_1 / \Delta p_2$ от времени t открытия крана K_1 при адиабатическом расширении газа определяется выражением:

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \exp\left(-\frac{\alpha t}{m_0 C_p}\right) \quad (16)$$

где α - коэффициент теплоотдачи, C_p - теплоемкость газа, m_0 - начальная масса газа. Величины α , C_p и m_0 неизвестны. Однако нет необходимости их знать. Для экспериментального определения достаточно построить график зависимости $\ln \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2}$ от t , который будет представлять собой прямую. Экстраполяцией этой прямой на ось t получаем значение

$$b = \ln \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right)$$

откуда легко вычислить γ :

$$\gamma = \frac{e^b}{e^b - 1} \quad (17)$$

Таким образом, точное экспериментальное определение γ методом Клемана - Дезорма сводится к многократному проведению опыта при изменении времени t открытия крана K_1 в процессе адиабатического расширения газа в баллоне. Затем вычисляются отношения $\Delta p_1/\Delta p_2$ при различных временах t и строится график зависимости $\ln(\Delta p_1/\Delta p_2)$ от времени открытия крана t . Экстраполяцией полученной прямой на ось ординат получают величину b и вычисляют по формуле (17).

Порядок выполнения работы.

I. Упрощенное определение γ .

1. Подготовить прибор Клемана - Дезорма к работе. Проверить плотность соединения трубок, перекрыть кран K_1 .
2. Накачать насосом воздух в баллон (процесс 1 - 2) так , чтобы величина Δp_1 , показываемая U- образном водяным манометром, составляла 20 - 25 см. вод.ст. Перекрыть краны K_1 и K_2 и выждать несколько минут, пока температура в баллоне установится равной окружающей (процесс 2-3). Измерить установившееся превышения давления Δp_1 и записать его.
3. Открыть кран K_1 и выпустить воздух из баллона. Как только давление внутри баллона и снаружи сравняются (сравниваются уровни жидкости в обоих коленах водяного манометра), кран K_1 закрывается и газ в баллоне выдерживается несколько секунд, чтобы он нагрелся снова до комнатной температуры. После этого производят измерения превышения давления Δp_2 .
4. Провести вычисления γ по формуле (16), записать полученное значение. Затем опыт повторить не менее 3 раз, меняя величину Δp_1 и провести вычисления γ . За истинное значение γ принимают

среднее арифметическое вычисленных первоначально γ . Результаты занести в таблицу.

5. Определить ошибки измерений и вычислить относительную погрешность вычисления γ .

№	Δp_1 , см. вод. ст.	Δp_2 , см. вод. ст.	γ	γ_{cp}	$\Delta\gamma$	$\Delta\gamma_{cp}$	ε , %

II. Более точное определение γ .

- Операции 1 - 3 пункта I повторяются восемь раз, но при каждом опыте меняется время t открытия крана K_1 при адиабатическом расширении воздуха. Времена должны составлять в сек. : 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60. Для каждого времени выдержки опыт повторить 2 раза и таблицу записать среднее арифметическое значение Δp_1 и Δp_2 . Таким образом, в таблице должно быть восемь средних значений измеренных при разных временах t .
- Используя измеренные Δp_1 и Δp_2 , вычисляют $\ln(\Delta p_1/\Delta p_2)$ при различных временах t и строят график зависимости $\ln(\Delta p_1/\Delta p_2)$ от t , который должен представлять прямую. Экстраполяцией этой прямой до пересечения с осью $\ln(\Delta p_1/\Delta p_2)$ получают отрезок b , отсекаемый на этой оси при $t=0$. Применяя формулу (11), по величине b вычисляют значение γ .
- Оценивают ошибки измерения и ошибки вычисления γ , к отчету представляют таблицу экспериментальных результатов, график зависимости $\ln(\Delta p_1/\Delta p_2)$ от t и вычисленные значения b и γ с указанием абсолютной или относительной ошибок их определения.

Контрольные вопросы.

- Назовите основные параметры газа и запишите соотношение между ними для идеального газа.
- Сформулируйте первый закон термодинамики.
- Что называют теплоемкостью газа? Какова размерность этой физической величины?
- Какие процессы называют изохорическим, изобарическим, изотермическим и адиабатическим?
- Какова связь между C_p и C_v ?
- Запишите уравнение адиабатического процесса.
- Расскажите сущность метода экспериментального определения γ .
- Опишите измерительную установку и изложите порядок проведения измерений.

PV- диаграмма процессов в газе в приборе Клемана-Дезорма при определении $\gamma=C_p/C_v$

Порядок выполнения работы.

Упражнение 1. Упрощенное определение γ .