

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

**Цель работы:** Используя закон Ома для цепи переменного тока, определить активное, индуктивное, емкостное и полное сопротивление цепи, индуктивность катушки и емкость конденсатора.

**Приборы и принадлежность:** Источник переменного и постоянного тока амперметр, катушка индуктивности, конденсатор, резистор, вольтметр, переключатель.

### Необходимые теоретические знания

В общем случае, любой электрический ток, изменяющийся по направлению или величине, может считаться переменным. Однако в технике **переменным током** называют ток, величина и направление которого изменяются по гармоническому закону:  $i = I_{\max} \sin \varphi(t)$  или  $i = I_{\max} \cos \varphi(t)$ . Это тот самый ток, которым мы пользуемся дома, в лаборатории, и многих других случаях. Переменный ток вырабатывается на электростанциях (см. учебники) и подается к потребителю по проводам. Если проводник подключают к источнику переменного тока, то в проводнике возникают вынужденные колебания тока, происходящие с частотой вынуждающей ЭДС. В России промышленная частота  $\nu = 50 \text{ Гц}$ ;  $\omega = 2\pi\nu = 100\pi \text{ с}^{-1}$ .

### 1.1 Переменный ток, текущий через активное сопротивление.

**Активным сопротивлением** проводника называют сопротивление, обусловленное материалом проводника и его размерами. Оно вычисляется по

формуле  $R = \rho \frac{\ell}{S}$ , где  $\rho$  - удельное сопротивление материала проводника;

$\ell$  - его длина;  $S$  - площадь поперечного сечения.

Если к концам проводника с активным сопротивлением приложить переменное напряжение, изменяющееся по закону

$$U = U_m \sin \omega t \quad (1)$$

где  $U_m$  - амплитуда напряжения,  $\omega$  - круговая частота, то в нем возникает переменный электрический ток, величина которого определяется по закону Ома

$$I = U/R = (U_m/R) \sin \omega t = I_m \sin \omega t, \quad (2)$$

где  $I_m = U_m/R$  - амплитуда тока.

Выражения (1) и (2) показывают, что в проводниках с активным сопротивлением колебания силы тока совпадают по фазе с колебаниями напряжения (вынуждающей ЭДС) (см. рис. 1б).

Напомним что причиной тока, т.е. “направленного” движения электронов в проводнике, является электрическое поле. При подключении проводника к источнику переменного напряжения по всей длине проводника со скоростью света распространяется электромагнитное поле, которое вызывает движение

электронов. Период колебаний тока  $\left(T = \frac{1}{\nu} = 0,02c\right)$  очень велик по сравнению со временем, за которое электромагнитное возмущение передается в самую отдаленную точку цепи, поэтому мгновенное значение тока по всей длине проводника и во всех его сечениях практически одинаковы.

Соотношения между переменными токами и напряжениями делаются особенно наглядными, если использовать векторные диаграммы. Выберем произвольное направление, которое назовем осью токов. Отложим вдоль этого направления вектор силы тока длиной  $I_{\max}$ . Т.к. напряжение и ток изменяются синфазно, вектор напряжения будет направлен вдоль оси токов; длина его равна  $R \cdot I_{\max}$ . Совокупность векторов напряжений или токов образуют векторную диаграмму данной цепи (рис.1в).

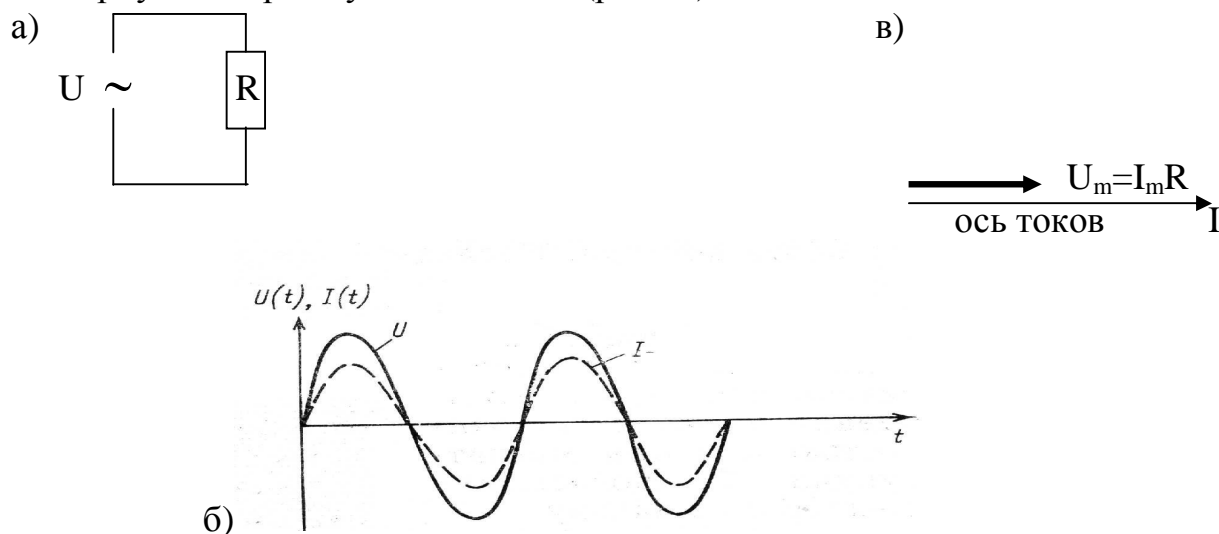


Рис.1

## 1.2 Переменный ток, текущий через индуктивность

Измерим сопротивление катушки постоянного тока и включим ее в цепь переменного тока. В этом случае, измеренное сопротивление окажется больше (иногда, значительно). Причиной этого является тот факт, что переменный ток создает в катушке переменную ЭДС самоиндукции, которая по правилу Ленца, противодействует изменению тока. Это приводит к существованию индуктивного сопротивления  $X_L$ , задерживающего изменения тока в цепи с индуктивностью по сравнению с изменениями ЭДС. Величина ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$ , где  $L$  – индуктивность катушки.  $L$  – постоянная характеристика катушки. Изменить индуктивность, можно только изменив катушку. Если переменный ток изменяется по закону:  $i = I_{\max} \sin \omega t$ , мгновенное значение ЭДС индукции

$$e = -L I_m \omega \cos \omega t, \quad \text{где } \mathcal{E}_{\max} = L I_m \omega$$

Если активное сопротивление катушки пренебрежимо мало ( $R=0$ ), то мгновенное значение напряжения в катушке равно:

$$U = -e = LI_m \omega \cos \omega t = U_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (3)$$

По закону Ома  $U_m = I_m \cdot X_L$ , где  $X_L$  – индуктивное сопротивление.  
 $X_L = L\omega$  (4)

Единица измерения  $X_L$ :

$$[X_L] = [L] \cdot [\omega] = \text{Гн} \cdot \text{с}^{-1} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \text{Ом}$$

Из (4) видно, что величина индуктивного сопротивления растет с частотой. Постоянному току ( $\omega=0$ ) индуктивность не оказывает сопротивления. Из сравнения выражений (3) и (2) вытекает, что падение напряжения на индуктивности опережает по фазе ток, текущий через индуктивность, на  $\pi/2$  (рис.2б). Если направить, как на рис. 1, ось токов горизонтально, получается векторная диаграмма, изображенная на рис. 2в.

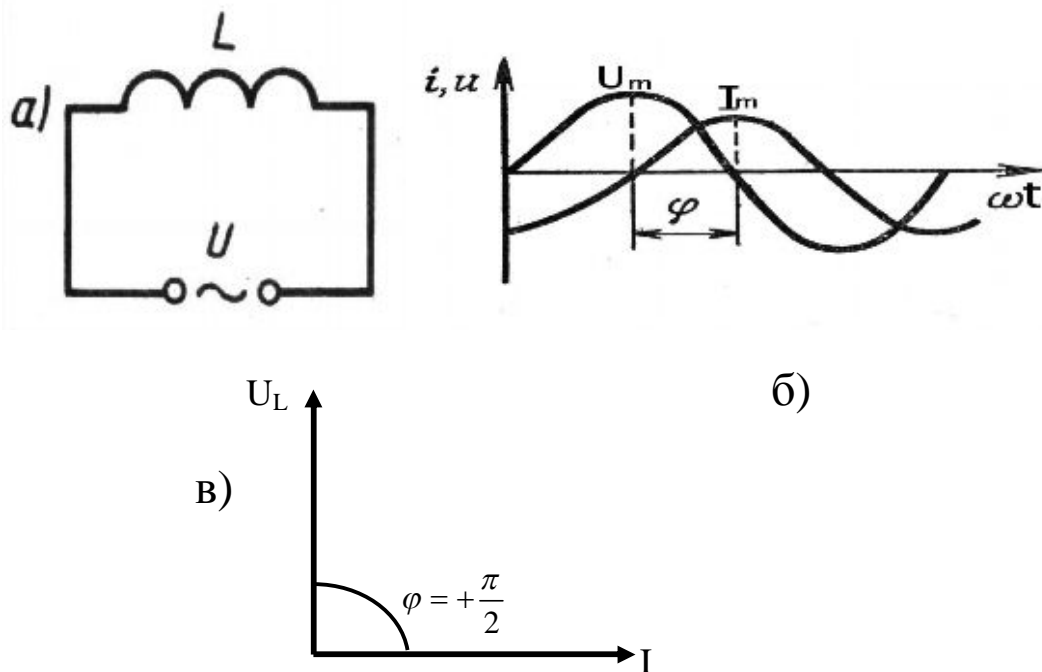


Рис.2

### Переменный ток, текущий через емкость

Пусть переменная ЭДС подана на емкость  $C$  (рис.3а). Индуктивностью цепи и сопротивлением подводящих проводов пренебрегаем. Следует заметить, что постоянный ток через конденсатор не идет (разрыв в цепи). Переменный же ток непрерывно меняет свое направление, поэтому он в одну половину периода заряжает конденсатор, а в другую – разряжает. Конденсатор не препятствует существованию переменного тока в цепи. Напряжение на конденсаторе в любой момент времени можно считать равным внешнему напряжению:

$$U_C = U_m \sin \omega t$$

Найдем ток через конденсатор, используя определение:  $I_C = \frac{dq}{dt}$ , где  $q$  – заряд на конденсаторе ( $q=U \cdot C=CU_m \sin \omega t$ ):

$$I_C = CU_m \omega \cos \omega t = I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (5)$$

где  $I_m=CU_m\omega$ ; По закону Ома, сопротивление конденсатора

$$X_c = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C} \quad (6)$$

$X_C$  –емкостное сопротивление. Единица измерения  $X_C$  :

$$[X_c] = \frac{1}{[C] \cdot [\omega]} = \frac{1}{\text{ф} \cdot \text{с}^{-1}} = \frac{\text{с} \cdot \text{В}}{\text{Кл}} = \frac{\text{с} \cdot \text{В}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{Ом} .$$

Таким образом, чем больше частота тока ( $\omega= 2\pi\nu$ ), тем меньше сопротивление оказывает переменному току конденсатор. Для постоянного тока ( $\omega=0$ )  $X_C \rightarrow \infty$ . Из сравнения выражений (1) и (5) следует, что на участке цепи с емкостью колебания силы тока опережают колебания внешней ЭДС по фазе на  $\pi/2$  (рис.3б). На рис.3в изображена векторная диаграмма тока и напряжения для емкости

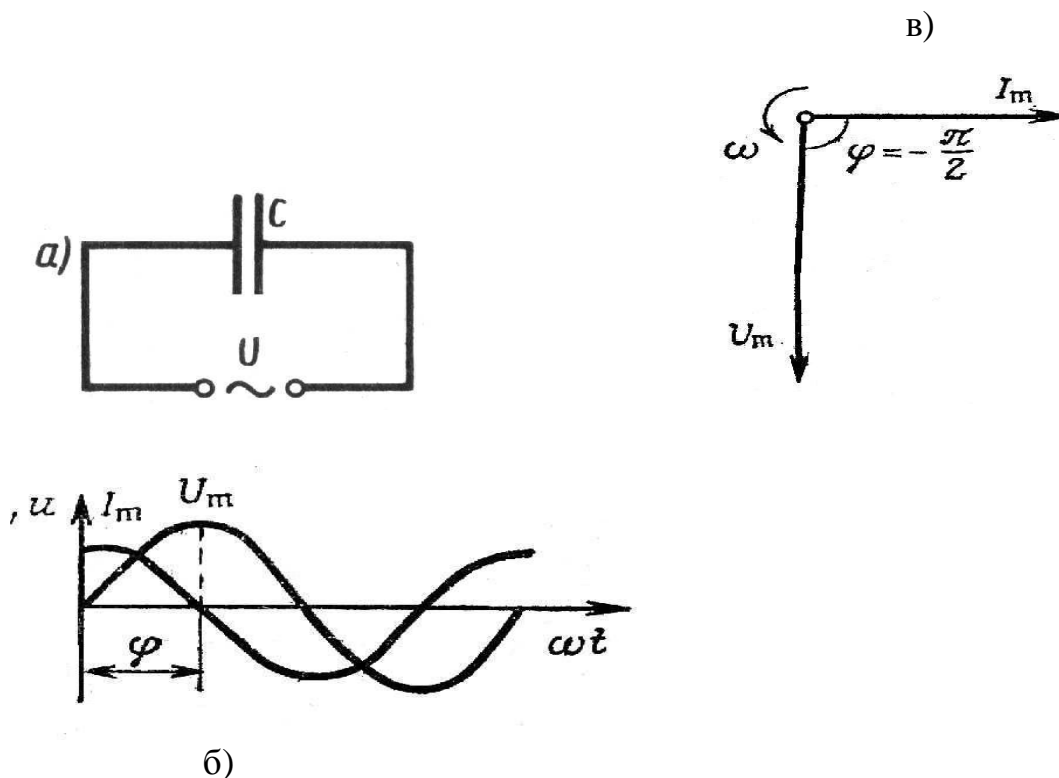


Рис.3

### Цепь переменного тока, содержащая емкость, индуктивность и активное сопротивление

Рассмотрим цепь, составленную из активного сопротивления  $R$ , индуктивности  $L$ , и емкости  $C$  (рис.4а). Подадим на концы этой цепи напряжение частоты  $\omega$ . В цепи возникает переменный ток той же частоты, амплитуда и фаза которого определяются параметрами цепи  $R, L, C$ . Этот ток вызывает на активном

сопротивлении падение напряжения  $U_R$ , амплитуда которого равна  $R \cdot I_m$ , а фаза совпадает с фазой тока. Поэтому на векторной диаграмме вектор, изображающий  $U_R$  нужно отложить на оси токов. Падение напряжения на индуктивности  $U_L$  опережает ток по фазе на  $\pi/2$  (рис.4б). Поэтому вектор, изображающий  $U_L$  должен быть повернут относительно оси токов на угол  $\pi/2$  против часовой стрелки. Вектор, изображающий падение напряжения на емкости  $U_C$  повернут относительно оси токов на угол  $\pi/2$  по часовой стрелке, т.к. напряжение на емкости отстает по фазе на  $\pi/2$ . Падение напряжения  $U_L$ ,  $U_R$ ,  $U_C$  в сумме должны быть равны приложенному напряжению  $U$ . Поэтому, сложив все векторы, изображающие  $U_L$ ,  $U_R$ ,  $U_C$  мы получим вектор, изображающий  $U$  (его длина равна  $U$ ). Этот вектор образует с осью токов угол,

тангенс которого из рис. 4б равен: 
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (7)$$

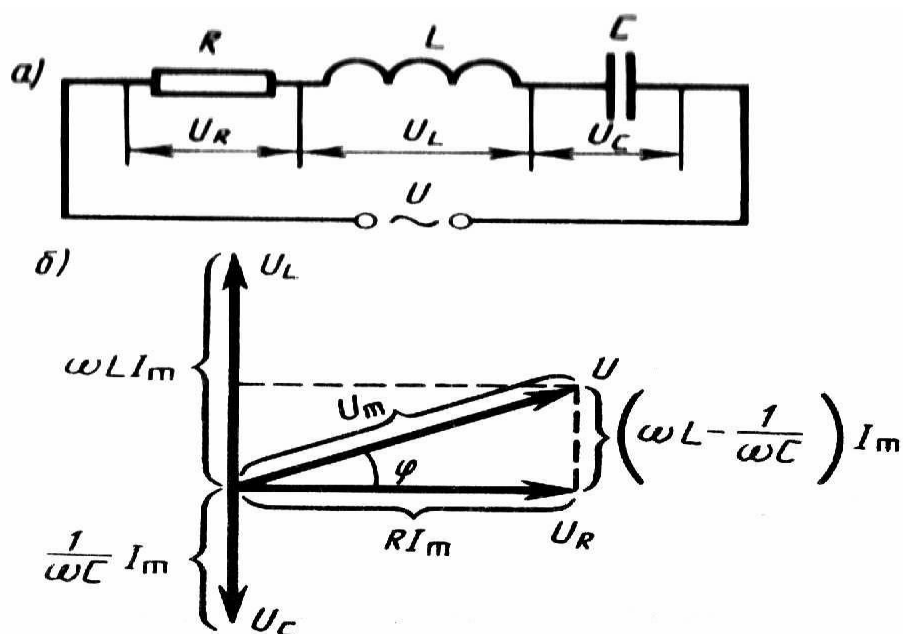


Рис.4

Угол дает разность фаз между напряжением  $U$  и силой тока  $I$ . Из прямоугольного треугольника, гипотенуза которого  $U_m$ , а катеты  $R I_m$  и  $(\omega L - \frac{1}{\omega C}) I_m$  следует, что:

$$(R I_m)^2 + \left[ \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_m \right]^2 = U_m^2$$

откуда

$$I_m = \frac{U_m}{\left( R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}}$$

Величина  $Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \left[ R^2 + (X_L - X_C)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$

называется полным сопротивлением цепи.

Величина  $X = (X_L - X_C) = \omega L - \frac{1}{\omega C}$  называют реактивным

сопротивлением цепи т.о.  $X = \sqrt{R^2 + X^2}$ .

Физический смысл понятий «активное» и «реактивное сопротивление» можно понять, если рассмотреть величину мощности, выделяемой на сопротивлениях в цепи переменного тока.

Мощность, выделяемая на любом элементе, равна произведению напряжения на этом элементе на ток, протекающий через него:  $N = IU$ .

Для переменного тока различают мгновенную мощность  $N(t) = I(t) \cdot U(t)$  и среднюю мощность – мощность, выделяемую на участке цепи за один период.

**На активном сопротивлении** мгновенная мощность равна:

$$N_R(t) = i(t) \cdot U(t) = I_{\max} \sin \omega t \cdot U_{\max} \sin 2\omega t = I_{\max} U_{\max} \sin^2 \omega t \quad (9)$$

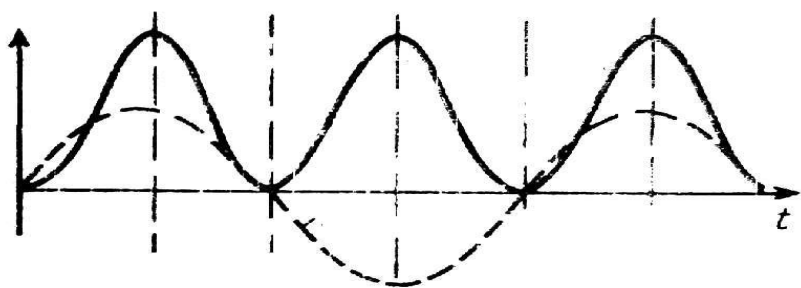


Рис.5

На рис. 5 показана зависимость мгновенной мощности, выделяемой на активном сопротивлении. Эта мощность всегда положительна, и выделяясь на проводнике в виде тепла, приводит к его нагреванию и необратимым потерям энергии электрического тока.

**На индуктивном сопротивлении:**

$$N_L(t) = I_{\max} \sin \omega t \cdot U_{\max} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{I_{\max} U_{\max}}{2} \sin 2\omega t \quad (10)$$

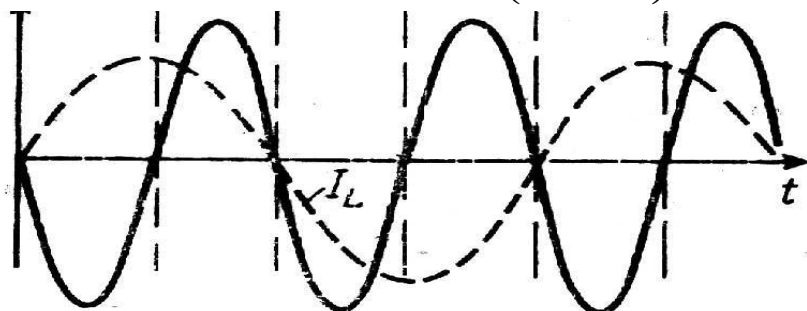


Рис.6

Мощность, выделяемая на индуктивности, меняется по гармоническому закону с удвоенной частотой (рис.6). В ту часть периода, когда ток возрастает, на катушке растет магнитное поле и энергия электрического тока переходит в энергию магнитного поля; при убывании тока – энергия магнитного поля переходит в энергию тока и возвращается к источнику. Среднее значение мощности, выделяемой на индуктивности равно нулю:

$$\langle N_L(t) \rangle = 0$$

**На емкостном сопротивлении** мгновенная мощность также меняется с удвоенной частотой (рис.7)

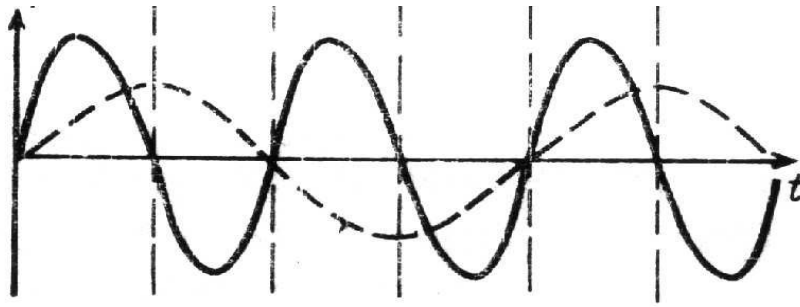


Рис.7

$$N_c(t) = I_{\max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) U_{\max} \sin \omega t = I_{\max} U_{\max} \sin 2\omega t \quad (11)$$

В ту часть периода, когда величина тока возрастает, энергия электрического тока переходит в энергию электрического поля заряженного конденсатора, при убывании тока – энергия электрического поля конденсатора возвращается к источнику. Средняя мощность, выделяемая на емкости равна нулю.

**На полном сопротивлении** в смешанной цепи среднее значение мощности определяется выражением:

$$\langle N(t) \rangle = \frac{I_{\max} U_{\max}}{2} \cos \varphi, \quad (12)$$

где  $\varphi$  - сдвиг фаз между напряжением на клеммах общей цепи и током в этой цепи.  $\cos \varphi$  иногда называют коэффициентом мощности. Чем больше угол  $\varphi$ , тем меньшая часть энергии источника используется для полезной работы.

### Контрольные вопросы

1. Что называют переменным током? Напишите уравнение тока и амплитуду, фазу, мгновенное значение.
2. Что такое активное сопротивление? Каковы фазовые соотношения между током и напряжением на активном сопротивлении?
3. Что называется индуктивностью? От чего она зависит? Почему индуктивность создает сопротивление в цепи переменного тока? Чему равно индуктивное сопротивление? В каком случае наличие индуктивности не приводит к изменению сопротивления проводника? Каковы фазовые соотношения между током и напряжением на индуктивности?
4. Что такое емкость? Почему конденсатор не «пропускает» постоянный ток, но пропускает переменный? Чему равно емкостное сопротивление? Каковы фазовые соотношения между током и напряжением на емкости?
5. Объясните, почему индуктивность и емкость не потребляют энергии тока?
6. Сформулируйте закон Ома для переменного тока. Чему равно полное сопротивление цепи и сдвиг фаз между током и напряжением?

### Выполнение работы.

#### Задание 1. Определение активного сопротивления катушки

1. Соберите цепь с источником постоянного тока по схеме рис.8, где R – исследуемая катушка.

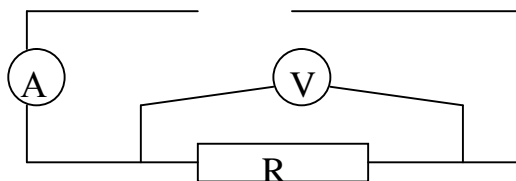


Рис.8

2. Проверьте схему у преподавателя или лаборанта.
3. Включите цепь и, установив ток, запишите значения тока и напряжения в таблицу 1.

Таблица 1.

Ток I, А	$\Delta I, A$	Напряжение U, В	$\Delta U, B$	Сопротивление R, Ом	$\Delta R, Ом$

4. По формуле  $R = \frac{U}{I}$  определите величину активного сопротивления катушки и ее погрешность  $\Delta R$ .
5. Повторите измерения не менее трех раз, изменяя ток.
6. Определите среднее значение R и  $\Delta R$ :  $R = \langle R \rangle \pm \langle \Delta R \rangle$ .

### Задание 2. Определение емкостного сопротивления и емкости Конденсатора

1. Соберите схему по рис.9 и проверьте ее у преподавателя и лаборанта.

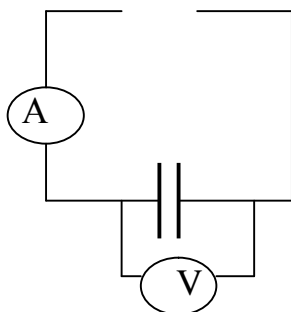


Рис.9

2. Установите ток и запишите значение тока и напряжения в таблицу 2.

Таблица 2.

I, A	$\Delta I, A$	U, B	$\Delta U, B$	$X_C$	$\Delta X_C$

3. Определите  $X_C$  по формуле  $X_C = \frac{U}{I}$  и  $\Delta X_C$ .
4. Повторите измерения не менее трех раз, изменяя ток.
5. Найдите средние значения  $X_C$  и  $\Delta X_C$ .
6. Определите емкость конденсатора По среднему значению  $X_C$  определите емкость конденсатора используя соотношение (6)

### Задание 3. Определение индуктивного сопротивления и индуктивности



## катушки

1. Соберите цепь по схеме рис. 10. Проверьте схему у преподавателя или лаборанта.

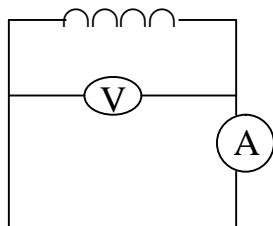


Рис.10

2. Включите цепь, снимите показания амперметра и вольтметра и запишите их в таблицу 3.
3. Найдите значение  $X_L$ . Т.к. катушка обладает и индуктивным, и активным сопротивлением, ее полное сопротивление  $R_L = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ , значит  $X_L = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}$ , где  $R$  – активное сопротивление катушки (см. задание 1.)

Таблица 3.

I, A	ΔI, A	U, B	ΔU, B	X <sub>L</sub>	ΔX <sub>L</sub>
------	-------	------	-------	----------------	-----------------

4. Изменяя ток в цепи не менее трех раз, повторите п.п.2,3.
5. Найдите средние значения  $X_L$  и  $\Delta X_L$ .
6. По формуле  $X_L = L\omega$  определите индуктивность катушки, используя среднее значение  $X_L$ .

### Задание 4. Определение полного сопротивления цепи переменного тока

1. Соберите цепь по схеме рис.4а с конденсатором и катушкой и проверьте ее у преподавателя или лаборанта.
2. Включите цепь и запишите показания амперметра и вольтметра в таблицу 4.

Таблица 4.

I, A	ΔI, A	U, B	ΔU, B	Z	ΔZ
------	-------	------	-------	---	----

3. Найдите полное сопротивление цепи по закону Ома:  $Z = \frac{U}{I}$  и  $\Delta Z$ .
4. Повторите п.п. 2,3 не менее трех раз при разных значениях тока.
5. Найдите средние значения  $Z$  и  $\Delta Z$ .

**Задание 5.** Вычислите полное сопротивление цепи по формуле (8), используя полученные Вами значения  $R$ ,  $L$ ,  $C$  и сравните его с полученными экспериментально.