

## Лабораторная работа

### Определение скорости пули с помощью крутильно-баллистического маятника.

#### Описание целей работы

Конкретная цель	Критерии достижения целей
I. Изучение теории	
1. Основные понятия кинематики и динамики вращательного движения твердого тела	Студент правильно отвечает на вопросы № 1-3
2. Законы сохранения в механике	Студент должен указать, какие величины сохраняются в данной задаче и при каких условиях.
3. Теория метода	Студент (по конспекту) может объяснить ход решения
Практические навыки	
Студент должен научиться:	
1. Определять угол отклонения маятника.	
2. Определять период крутильных колебаний.	

**Оборудование:** лабораторная установка «Крутильно-баллистический маятник», линейка, секундомер.

#### Описание установки

Крутильно-баллистический маятник представляет собой массивное тело со значительным моментом инерции  $I$ , подвешенное на упругой нити. В настоящей работе крутильно-баллистический маятник выполнен в виде крестовины с двумя передвигающимися грузами  $N$  одинаковой массы  $m_0$ , двумя мишенями 1 и 2 и подвесом 3 (рис.1).

Крестовина подвешена на стальной проволоке к кронштейну 4. Мишени прикреплены к концам горизонтальных стержней наглухо и имеют пластилиновые прокладки для задержания пули. Угол отклонения маятника при попадании пули в мишень отсчитывается по шкале, нанесенной на прозрачный цилиндр из оргстекла.

Рис.1

В результате удара пули в мишень маятник начинает закручиваться. В момент удара момент импульса пули передается маятнику с застрявшей в нем пулей. На основании закона сохранения момента импульса, можно записать:

$$m v \ell = (I + I_n) \omega ,$$

где  $m$  - масса пули,

$v$ - скорость пули,

$\ell$  - прицельное расстояние (расстояние от точки удара пули до оси вращения маятника),

$I$  - момент инерции маятника,

$I_n$  - момент инерции пули,

$\omega$  - угловая скорость маятника, полученная при ударе.

Так как  $I_n \ll I$ , то

$$v = \frac{I \omega}{m \ell} \quad (1)$$

Величины  $m$  и  $\ell$  могут быть непосредственно измерены. Поэтому для определения скорости пули  $v$  нужно найти момент инерции  $I$  и начальную угловую скорость  $\omega$  маятника. Для этого воспользуемся законом сохранения механической энергии и основным законом динамики вращательного движения. При закручивании маятника его кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию закручивающейся нити. По закону сохранения энергии, (пренебрегая потерями на трение) получаем

$$\frac{I \omega^2}{2} = \frac{D \varphi_m^2}{2} \quad (2)$$

где  $\varphi_m$  - максимальный угол поворота маятника,

$D$  - постоянная момента упругих сил (модуль кручения) нити подвеса.

Из уравнения (1) и (2) получаем

$$v^2 = \frac{D \varphi_m^2 I}{m^2 \ell^2} \quad v = \frac{\varphi_m \sqrt{D I}}{m \ell} \quad (3)$$

Чем больше закручивается нить, тем больше её деформация и тем больше момент упругих сил нити  $M$ , тормозящий маятник. Согласно закону Гука упругий момент  $M$  нити пропорционален углу поворота  $\varphi$  маятника

$$M = - D \varphi \quad (4)$$

Знак минус означает, что упругий момент нити направлен в сторону, противоположную направлению отклонения маятника.

Основное уравнение динамики вращательного движения имеет вид

$$M = I \varepsilon , \quad \text{где} \quad \varepsilon = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad - \text{угловое ускорение.} \quad (5)$$

Подставив (4) в (5) получим:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + D \varphi = 0 \quad (6)$$

Функция  $\varphi = A \cos \omega t$ , где  $\omega = \sqrt{D/I}$  является решением уравнения (6) в чем можно убедиться непосредственной подстановкой. Полученное решение означает, что маятник будет совершать гармонические колебания с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (7)$$

Из уравнения (3) и (7) получим

$$v = \frac{2\pi \varphi_m I}{m \ell T} \quad (8)$$

Для нахождения момента инерции маятника  $I$  (грузы расположены на расстоянии  $R$  от оси вращения) поступим следующим образом. Изменим момент инерции маятника, установив грузы в другое положение (на расстоянии  $R_2$  от оси вращения). Тогда

$$\left. \begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \\ T_2 &= 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{D}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$I - I_2 = \Delta I \quad (10)$$

где  $T_2$  - период колебаний при новом значении момента инерции  $I_2$ ,  
 $\Delta I$  - разность моментов инерции.

Уравнения (9) дают

$$\frac{I}{I_2} = \frac{T^2}{T_2^2} \quad (11)$$

Из уравнений (10) и (11), исключая  $I_2$ , находим

$$I = \frac{T_1^2 \Delta I}{T^2 - T_2^2} \quad (12)$$

Подставляя (12) в (8), получим

$$v = \frac{2\pi \varphi_m T^2 \Delta I}{m \ell (T^2 - T_2^2)} \quad (13)$$

Величину  $\Delta I$  можно определить, пользуясь теоремой Штейнера. Из этой теоремы следует, что

$$I = I_0 + 2m_0 R^2 \quad (14)$$

$$I_2 = I_0 + 2m_0 R_2^2 \quad (15)$$

где  $I_0$  - момент инерции маятника, в случае, когда центры тяжести грузов  $N$  (рис.1) совпадают с осью вращения маятника,  $I$  - момент инерции маятника, когда оба груза находятся на расстоянии  $R$  от оси вращения,  $I_2$  - момент инерции, когда оба груза находятся на расстоянии  $R_2$ ,  $m_0$  - масса одного груза.

Пусть  $R > R_2$ , тогда из уравнений (14) и (15) получаем

$$I - I_2 = \Delta I = 2m_0 (R^2 - R_2^2) \quad (16)$$

Подставляя (16) в (13) получим окончательное выражение для скорости пули

$$v = \frac{4\pi\varphi_m m_0 T}{m \ell (T^2 - T_2^2)} (R^2 - R_2^2) \quad (17)$$

### Измерения

1. Начните с того, что оба груза  $N$  на стержне установите в положение максимального удаления от оси маятника (грузы должны быть равноудалены). Линейкой измерьте величину  $R$  - расстояние между осью маятника и серединой одного из грузов.
2. Затем расположите маятник так, чтобы черта на боковой стороне одной из мишеней совпадала с нулевым делением шкалы отсчета углов поворота. Это достигается вращением головки верхнего крепления подвеса.
3. Нажмите кнопку «сброс»: Секундомер и счетчик числа колебаний показывают нули и готовы к работе. После этого производят «выстрел» и отсчитывают угол  $\varphi_m$  наибольшего отклонения маятника от положения равновесия.
4. Для измерения периода колебаний  $T$ , не останавливая маятник (секундомер уже запущен), через девять полных колебаний нажимают кнопку «стоп». В этом случае секундомер остановится после десятого колебания и покажет время десяти ( $n = 10$ ) полных колебаний. Период колебаний  $T$ , вычисляют по формуле  $T = \frac{t}{n}$ , где  $t$  - время, за которое совершено  $n$  полных колебаний. Затем останавливают маятник и измеряют величину  $\ell$  - расстояние между осью маятника и точкой попадания пули.
5. Измерение угла отклонения  $\varphi_m$ , периода колебаний  $T$  и расстояние  $\ell$  повторяют в серии из четырех «выстрелов» и определяют средние арифметические значения этих величин.

6. Передвигают оба груза  $N$  в другое положение на стержне (как можно ближе к оси маятника) и измеряют величину  $R_2$  - расстояние между осью маятника и серединой одного из грузов.
7. Определения периода колебаний  $T_2$  производят так же, как и периода  $T$  (измерять угол отклонения  $\varphi_m$  в этом случае не следует). Период колебаний  $T_2$  измеряют не менее четырех раз и находят его среднее арифметическое значение.

**Таблица**

R, м	$\varphi_m$ , рад	t, с	n	T	$\ell$ м	$R_2$ , м	t, с	n	$T_2$	m, кг	$m_0$ , кг	$v$ , м/с	$v_{cp}$ м/с	$\Delta v$ , м/с	$\Delta v_{cp}$ , м/с	$\sigma$ %

Примечание: в формуле (17) угол  $\varphi_m$  должен быть выражен в радианах

$$\varphi_m (rad) = \frac{\pi \varphi^0}{180^0}, \quad \Delta \varphi_m = \frac{\sum_{i=1}^n |\varphi_{mi} - \overline{\varphi_m}|}{n}.$$

Используя соотношение (17), определяют скорость пули и оценивают точность ее измерения.

Окончательный результат записывают в виде  $v = (v \pm \Delta v)$ , м/с.

### Контрольные вопросы:

- Сформулируйте определение и укажите единицы измерения следующих физических величин, используемых для описания вращательного движения твердого тела:
  - угловая скорость;
  - угловое ускорение;
  - момент сил;
  - момент инерции;
  - импульс тела;
  - момент импульса.
- Как определяется направление перечисленных величин?
- Из чего складывается момент инерции маятника? Как меняется момент инерции маятника при перемещении грузов от оси маятника к краям крестовины? При обратном перемещении?
- Почему при ударе пули о мишень мы используем закон сохранения момента импульса, а не закон сохранения импульса?
- Напишите выражение для основного уравнения вращательного движения твердого тела и укажите смысл входящих в него величин. Объясните применение этого закона в вашей задаче.
- Перечислите законы сохранения используемые в задаче. При каких условиях они применимы? Выполняются ли эти условия в работе?

