

КАЛМЫЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра общей физики

## Лабораторная работа № 1

*«Определение кинематических параметров молекул воздуха»*

## Лабораторная работа № 1

### «Определение кинематических параметров молекул воздуха»

**Цель работы:** экспериментальное определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха путем измерения его коэффициента вязкости при прохождении через капиллярную трубку.

**Приборы и принадлежности:** сосуд с краном или бюретка с пробкой, капилляр, штатив с держателем, мерный стакан или мензурка, секундомер, линейка, термометр, барометр.

### Т е о р и я   м е т о д а

Молекулярная кинетическая теория рассматривает газ как систему, состоящую из огромного количества независимых молекул, двигающихся хаотически от столкновения до столкновения. Размеры молекул весьма малы по сравнению с расстоянием между ними. Молекулы движутся с огромными скоростями прямолинейно на отрезках между двумя столкновениями. Каждое столкновение приводит к случайному изменению направления и скорости молекул, движения отдельной молекулы можно приближенно описать уравнениями классической механики (если температура газа высока и квантовые эффекты незначительны). Движение всего коллектива молекул можно охарактеризовать усредненными величинами и параметрами.

Важнейшими кинематическими параметрами молекул газа является средняя длина свободного пробега  $\lambda$ , эффективный диаметр  $\sigma$ , средняя скорость движения  $v$  и другие. В настоящей работе экспериментально определяются первые два параметра. *Длиной  $\lambda$  свободного пробега* называют расстояние, которое молекула проходит между двумя отдельными соударениями. *Эффективный диаметр  $\sigma$*  есть минимальное расстояние между центрами молекул при их столкновении. Эти два параметра сильно отличаются в газах, жидкостях, твердых телах. В газах  $\lambda \gg \sigma$ , здесь расстояние между молекула-

ми велики и они движутся свободно, испытывая редкие соударения. В жидкостях  $\lambda$  и  $\sigma$  сравнимы друг с другом и между молекулами имеется сильное притяжение. В твердых телах  $E_k \ll E_p$  и движение молекул в них сильно затруднено.

Кинематические параметры существенно влияют на процессы переноса в газах, к которым относятся теплопроводность (перенос энергии при выравнивании температур), диффузия (перенос массы при выравнивании концентрации), вязкость (перенос импульса). Исследования процессов переноса позволяют определить основные кинематические параметры молекул газа.

В настоящей работе средние величины  $\lambda$  и  $\sigma$  определяются путем измерения коэффициента вязкости  $\eta$  (коэффициента внутреннего трения) воздуха при протекании его через узкую капиллярную трубку. Явление вязкости возникает в жидкостях или газах когда один слой вещества перемещается относительно другого. Между слоями возникает сила трения  $F_m$ , пропорциональная разности скоростей между слоями

$$F_m = \eta \left| \frac{dv}{dy} \right| S, \quad (1)$$

где  $\eta$  - коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом вязкости.

Для экспериментального определения коэффициента вязкости используется известная формула гидродинамики - формула Пуазейля, которая позволяет рассчитать объем газа  $V$ , протекающего через узкую круглую трубку радиуса  $r$  длиной  $l$  за время  $t$  под действием известного давления  $\Delta p$  на концах капилляра:

$$V = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\pi r^4 t}{8l} \cdot \Delta p.$$

Отсюда получаем, что

$$\eta = \frac{\pi r^4 t}{8l} \cdot \frac{\Delta p}{V}. \quad (2)$$

Все величины, входящие в полученную формулу, доступны непосред-

ственным измерениям, поэтому данную формулу можно использовать для экспериментального определения коэффициента вязкости газа.

Имея значение коэффициента вязкости молекул, используя известную формулу молекулярно-кинетической теории газов:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda}, \quad (3)$$

где  $\rho$  - плотность газа,  $\bar{v}$  - средняя арифметическая скорость молекул. Более точный вывод соотношения (3), учитывающий распределение скоростей молекул по закону Максвелла, дает множитель 1/2 вместо 1/3, полученный на основе простейших предположений. Следовательно, получаем

$$\lambda = \frac{2}{\rho \cdot v} \cdot \eta. \quad (4)$$

Величины  $\rho$  и  $v$  легко поддаются расчету на основе молекулярно-кинетической теории газов:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu \cdot P}{R \cdot T}, \quad v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad (5)$$

где  $R$  - универсальная газовая постоянная,  $T$  - абсолютная температура газа,  $\mu$  - молекулярная масса,  $P$  - давление газа. Учитывая представленные формулы, после несложных преобразований получаем окончательную формулу для расчета:

$$\lambda = \frac{\eta}{P} \sqrt{\frac{\pi RT}{2\mu}}. \quad (6)$$

Таким образом, для экспериментального определения  $\bar{\lambda}$  согласно полученной формуле необходимо экспериментально определить  $\eta$ , используя формулу (2), измерить внешнее давление газа  $P$  и его температуру  $T$ , знать молекулярную массу газа  $\mu$ .

Эффективный диаметр газа  $\sigma$  с  $\bar{\lambda}$  простым соотношением:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi} \cdot \frac{1}{n \cdot \sigma^2}, \quad (7)$$

где  $n$  - число молекул газа в единице объема (их концентрация). Как известно

$$n = \frac{P}{kT} . \quad (8)$$

Отсюда

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2\pi n \lambda}}} = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2\pi P \lambda}}} . \quad (9)$$

где  $P$  - атмосферное давление в Паскалях по барометру.

Таким образом, для экспериментального определения  $\sigma$  необходимо экспериментально определять  $\lambda$ , используя формулу (6), измерить внешнее давление  $P$  и температуру  $T$  газа, знать величины  $P_0$ ,  $T_0$ ,  $n_0$ .

### Измерительная установка и методика измерений

Измерение коэффициента вязкости воздуха  $\eta$  выполняется на установке, схематический вид которой представлен на рис. 1. Установка состоит из сосуда  $A$  с краном  $K$  в нижней части и капилляром  $B$  в верхней части. Вместо сосуда может использоваться бюретка (капельница) достаточно большого размера. Сосуд заполняется водой на  $\frac{3}{4}$  длины. Капилляр не должен касаться поверхности воды. На сосуде (или бюретке) имеется сантиметровая шкала для определения высоты столба воды. Для приема воды под сосудом имеется стакан.

Если открыть кран  $K$ , то вода сначала будет выливаться из сосуда непрерывной струей, а затем следующими друг за другом отдельными каплями. В то же время, через капилляр  $B$  в сосуд будет засасываться снаружи воздух. Через некоторое время в капилляре  $B$  установится равномерное течение воздуха внутрь за счет разности давления снаружи и внутри сосуда, т.е. на верхнем и нижнем концах капилляра. На верхнем конце капилляра имеется атмосферное давление  $P$ , на нижнем - ниже атмосферного величину давления столба вода в сосуде, т.е. на величину

$$\Delta P = \rho_w gh , \quad (10)$$

где  $\rho_w$  - плотность воды,  $g$  - ускорение свободного падения,  $h$  - высота стол-

ба воды.

Следовательно, измеряя высоту столба воды в сосуде и зная ее плотность, можно определить разность давлений и подставить ее в формулу (2) для определения коэффициента вязкости. Объем  $V$  воздуха, прошедшего через капилляр, легко можно рассчитать, определив изменение столба воды  $\Delta h$  через некоторое время  $t$ :

$$V = \Delta h S, \quad (11)$$

где  $S$  - площадь сечения сосуда (или бюретки),  $S = \pi R^2$  (диаметр сосуда). Можно пробно измерить мензуркой объем вылившейся из сосуда воды.

Поскольку за время опыта  $t$  высота столба воды меняется, необходимо проводить опыт непродолжительное время и в формулу (10) подставить  $h$  как среднее арифметическое от начального  $h_1$  и  $h_2$  значений высоты столба воды:

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2}. \quad (12)$$

### Порядок выполнения работы

1. Подготовить измерительную установку и приборы к работе. Для этого убедиться в исправности термометра, барометра и секундомера. Затем вынуть капилляр вместе с пробкой и просушить его продуванием теплого воздуха. Закрыть кран и налить воду в сосуд примерно на  $\frac{3}{4}$  его высоты. Слегка смочить пробку и плотно вставить ее. Записать значения внешнего давления  $P$  и температуры  $T$ . Приготовить к работе секундомер. Подставить стакан под кран.

2. Провести измерения на установке. Для этого открыть кран и дожидаться, когда жидкость начнет вытекать отдельными каплями. После этого одновременно нужно подставить под кран мерный стакан, включить секундомер и замерить уровень воды  $h_1$  в сосуде (лучше дожидаться совпадения уровня  $h_1$  с ближайшим делением шкалы). Когда в мерном стакане станет 50-

100 мл воды, следует одновременно закрыть кран и выключить секундомер. Затем записать время  $t$ , новый уровень воды  $h_2$  в сосудах и объем вылившейся воды  $V$ , который равен объему воздуха, прошедшего через капилляр.

3. Снова долить воду в сосуд до прежнего уровня, просушить капилляр, подготовить установку к работе и повторить все измерения еще не менее двух раз. Результаты занести в таблицу первичных измерений.

4. Выполнить трижды вычисления  $h$ ,  $\Delta P$ ,  $\eta$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma$ , используя формулы (12), (10), (2), (6), (9) и значения расчетов занести в таблицу конечных результатов. Вычислить средние арифметические значения величин  $\lambda_{cp}$  и  $\sigma_{cp}$ .

5. Рассчитать погрешности  $\lambda$  и  $\sigma$ , проверить размерности полученных величин. Результаты работы представить в виде  $\lambda = \lambda_{cp} \pm \Delta\lambda$ ,  $\sigma = \sigma_{cp} \pm \Delta\sigma$ .

Значения величин и параметров, необходимые для работы

Плотность воды	$\rho_в = 10^3 \text{ кг/м}^3$
Молекулярная масса воздуха	$M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж/моль град}$
Радиус капилляра	$r = 0,175 \text{ мм}$
Радиус сечения сосуда	$R = 4,8 \text{ см}$
Число Лошмидта	$n_0 = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$
Нормальное давление	$P_0 = 760 \text{ мм. рт. ст.} = 101,3 \text{ кПа}$
Нормальная температура	$T_0 = 273 \text{ }^0\text{K}$
	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$

## Контрольные вопросы

1. Цель работы и используемые приборы.
2. Изложите основные положения молекулярно-кинетической теории газов.
3. Дайте определение основных кинематических параметров молекул газа  $\lambda$  и  $\sigma$ .
3. Какие явления переноса в газах вы знаете и какова их физическая природа?
4. Расскажите сущность метода экспериментального определения средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха, применяемого в данной работе.
5. Опишите измерительную установку и изложите порядок проведения измерений и вычислений.
6. Как рассчитываются ошибки измерений и погрешности вычислений в данной работе?

## Л и т е р а т у р а

1. Гольдин Л.Д. и др. Лабораторные занятия по физике. М.: Наука, 1966, с.704.
2. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики. М.: 1970.
3. Булкин Л.С., Попова И.И. Общий физический практикум. Молекулярная физика. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1988, 215 с.
4. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. М.: Наука, 1976, с. 480.
5. Сивухин Д.В. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Наука, 1979, с. 552.



Оценка погрешностей.

Оценка погрешности коэффициента внутреннего трения воздуха.

Так как коэффициент внутреннего трения измеряется косвенно, то нужно использовать методы вычисления погрешностей косвенных измерений

$$\eta = \frac{\pi r^4 t \Delta P}{8 l V} = \frac{\pi r^4 t P g h}{8 l V}$$

$$\ln \eta = \ln \pi + 4 \ln r + \ln t + \ln P + \ln g + \ln h - \ln 8 - \ln l - \ln V$$

После дифференцирования

$$\frac{\Delta \bar{\eta}}{\bar{\eta}} = \frac{\Delta \bar{\pi}}{\bar{\pi}} + 4 \frac{\Delta \bar{r}}{\bar{r}} + \frac{\Delta \bar{t}}{\bar{t}} + \frac{\Delta \bar{P}}{\bar{P}} + \frac{\Delta \bar{g}}{\bar{g}} + \frac{\Delta \bar{h}}{\bar{h}} - \frac{\Delta \bar{l}}{\bar{l}} - \frac{\Delta \bar{V}}{\bar{V}} \approx \frac{\Delta \bar{\pi}}{\bar{\pi}} + 4 \frac{\Delta \bar{r}}{\bar{r}} + \frac{\Delta \bar{t}}{\bar{t}} - \frac{\Delta \bar{l}}{\bar{l}}$$

$\Delta \bar{r} \approx 0,001$  мм,  $\Delta \bar{l} \approx 0,01$  мм,  $\Delta \bar{\pi}$  - погрешность числа  $\pi$  вследствие округления,

$\Delta \bar{t}, \Delta \bar{h}, \Delta \bar{V}$  - средние погрешности непосредственно намеренных величин.