КАЛМЫЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра экспериментальной и общей физики

Лабораторная работа № 8

«ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА»

Лаборатория № 210

Лабораторная работа № 8

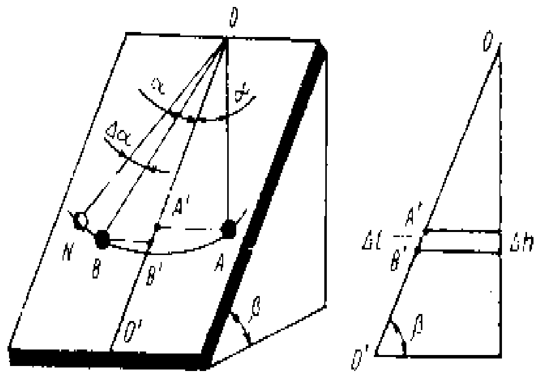
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА

Цель работы: изучение сил трения и определение коэффициента трения качения методом наклонного маятника.

Оборудование: установка “Наклонный маятник”.

Т Е О Р И Я

Шар, закрепленный на длинной тонкой нити, может качаться по наклонной плоскости, при этом нить закручивается. Если шар отвести от положения равновесия (ось ***OO’)*** на угол α и затем отпустить, то он будет колебаться, катаясь около положения равновесия (рис. 1,а). Из-за трения колебания будут постепенно затухать.



а) б)

Рис. 1.

По величине затухания колебаний можно определить силу трения и коэффициент трения. Качественно оценить величину затухания позволяет несложный опыт. Плоскость установим под углом β = 45^0 к горизонту. Отведем шар на угол α=6^0 и подсчитаем число колебаний, при которых амплитуда угла уменьшится до 4^0. Число колебаний примерно будет равным 10. Таким образом, за 10 колебаний амплитуда уменьшится на 2^0, а за одно колебание - на $0{,}2^0$ или $3{,}5\ 10^{-2}$ рад.

Если вместо шара взять кубик из того же материала, что и шар, и с такой же гладкой поверхностью, то амплитуда колебаний кубика уменьшится на 2^0 уже за одно колебание. И это понятно. Шар катится по плоскости, а кубик скользит. Трение качения, конечно, гораздо меньше трения скольжения. Типичное значение коэффициента трения скольжения μ ~ 10^{-1}, а коэффициент трения качения, как мы убедимся на опыте, μ ~ 10^{-3}. Трудно надеяться, что такое малое значение можно достаточно точно измерить с помощью такого опыта, как наш. Но порядок величины μ определить можно.

Введем формулу, которая связывает уменьшение амплитуды колебаний с μ. При качении шара по плоскости, сила трения совершает работу. Эта работа уменьшает полную энергию шара. Полная энергия складывается из кинетическое и потенциальной энергий. В тех положениях, где маятник максимально отклонен от положения равновесия, его скорость равна нулю, следовательно, и кинетическая энергия также равна нулю. Эти точки называются *точками поворота*. В них маятник останавливается и начинает двигаться обратно. В момент поворота энергия маятника равна потенциальной энергии, поэтому уменьшение потенциальной энергии маятника при его движении от одной точки поворота до другой равно работе силы трения на пути между точками поворота.

Пусть $\boldsymbol{A}$ - точка поворота (рис. 1,а). В этом положении нить маятника составляет угол $\boldsymbol{\alpha}$ с осью $\boldsymbol{OO'}$. Если бы трения не было, то через половину периода маятник оказался бы в точке $\boldsymbol{N}$, а угол отклонения был бы равен $\boldsymbol{\alpha}$. Но из-за трения шар немного не докатится до точки $\boldsymbol{N}$ и остановится в точке $\boldsymbol{B}$. Это и будет точка поворота. В этой точке угол нити с осью $\boldsymbol{OO'}$ будет $\boldsymbol{\alpha - \Delta\alpha}$. За половину периода угол поворота маятника уменьшился на $\boldsymbol{\Delta\alpha}$. Точка $\boldsymbol{B}$ расположена несколько ниже, чем точка $\boldsymbol{A}$, и поэтому потенциальная энергия маятника в точке $\boldsymbol{B}$ меньше, чем в точке $\boldsymbol{A}$. Следовательно, маятник потерял высоту при перемещении из $\boldsymbol{A}$ в $\boldsymbol{B}$.

Найдем связь между потерей угла $\boldsymbol{\Delta\alpha}$ и потерей высоты $\boldsymbol{\Delta h}$. Для этого спроецируем точки $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ на ось $\boldsymbol{OO'}$ (рис. 1,б). Это будут точки $\boldsymbol{A'}$ и $\boldsymbol{B'}$ соответственно. Очевидно, что длина отрезка

$$\boldsymbol{\Delta l = |\, A'\, B'\, | = l \cos(\alpha - \Delta\alpha) - l \cos \alpha,}$$

где $\boldsymbol{l}$ - длина нити, равная радиусу дуги $\boldsymbol{AB}$ окружности. При этом угол этой дуги равен $\boldsymbol{2\alpha - \Delta\alpha}$, длина дуги $\boldsymbol{\Delta S = l\,(2\alpha - \Delta\alpha)}$.

Так как ось $\boldsymbol{OO'}$ наклонена под углом $\boldsymbol{\beta}$ к горизонту, то проекция отрезка $\boldsymbol{\Delta l}$ на вертикальную ось и есть потеря высоты $\boldsymbol{\Delta h}$:

$$\boldsymbol{\Delta h = \Delta l \sin\beta = l \sin\beta\, [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos\alpha]} \qquad (1)$$

При этом изменение потенциальной энергии маятника между точками $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$:

$$\boldsymbol{\Delta W = m\, g\, \Delta h,} \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{m}$ - масса шара, $\boldsymbol{g}$- ускорение свободного падения.

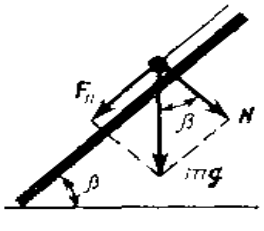


Рис. 2.

Вычислим теперь работу силы трения. Сила трения:

$$\boldsymbol{F_{тр} = \mu\, N,} \qquad (3)$$

где $\boldsymbol{\mu}$ - коэффициент трения, $\boldsymbol{N = m\, g\, \cos\beta}$ - сила нормального давления шара на плоскости. Работа силы трения на пути $\boldsymbol{\Delta S = l(2\alpha - \Delta\alpha)}$ между точками $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ равна:

$$\boldsymbol{\Delta A_{тр} = F_{тр}\, \Delta S = \mu\, m\, g\, l \cos\beta\, (2\alpha - \Delta\alpha)} \qquad (4)$$

Так как $\boldsymbol{\Delta W = \Delta A_{тр}}$, то из уравнения (1), (2) и (4) получаем:

$$\mu \cdot ctg\beta = \frac{\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos\alpha}{2\alpha - \Delta\alpha} \qquad (5)$$

Выражение (5) существенно упростить, если учесть, что угол $\boldsymbol{\Delta\alpha}$ очень мал (как мы уже отмечали, он порядка 10^{-2}).

Если $\Delta\alpha<<1$, то $\cos\Delta\alpha\approx 1$,

$\sin\Delta\alpha\approx\Delta\alpha$ и $\cos(\alpha-\Delta\alpha)=\cos\alpha\cos\Delta\alpha+\sin\alpha\sin\Delta\alpha\approx\cos\alpha+\Delta\alpha\sin\alpha$.

Поэтому формулу (5) можно записать так:

$$\mu\cdot ctg\beta=\frac{\Delta\alpha\cdot\sin\alpha}{2\alpha-\Delta\alpha}$$

откуда

$$\Delta\alpha = 2\mu ctg\beta\cdot\frac{\alpha}{\sin\alpha+\mu ctg\beta} \qquad (6)$$

Из формулы (6) видно, что потеря угла за половину периода определяется величиной μ и углом α. Однако, можно найти такие условия, при которых $\Delta\alpha$ от угла α не зависит.

Вспомним, что μ мало, порядка 10^{-3}. Если рассматривать достаточно большие амплитуды α так, чтобы

$$\sin\alpha >> \mu\, ctg\beta, \qquad (7)$$

то слагаемым $\mu\, ctg\beta$ в знаменателе формулы (6) можно пренебречь и тогда

$$\Delta\alpha = 2\,\mu\, ctg\beta \qquad (\alpha / \sin\alpha).$$

С другой стороны, пусть углы α будут малыми, т.е. $\alpha<<1$ и $\sin\approx 1$, тогда за половину колебания потеря угла

$$\Delta\alpha = 2\,\mu\, ctg\beta \qquad (8)$$

Заметим, что формула (8) справедлива при условии

$$\mu\, ctg\beta << \sin\alpha << 1 \qquad (9)$$

Из-за того, что $\mu\sim 10^{-3}$, углы $\alpha\sim 10^{-2}+10^{-1}$ рад. удовлетворяют неравенствам (9).

Если бы μ было порядка 10^{-2} - 10^{-1}, как в случае трения скольжения, то тогда бы неравенства (9) не выполнялись. Понятно, что за одно полное колебание потеря угла будет в 2 раза больше (8), т.е. $\Delta\alpha_1 = 4\,\mu\, ctg\beta$, а за n колебаний потеря угла составляет

$$\Delta\alpha_n = 4\,\mu\, ctg\beta$$

откуда

$$\mu = (\Delta\alpha_n / 4n)\, tg\beta. \qquad (10)$$

Формула (10) дает удобный способ измерения μ : необходимо измерить уменьшение угла $\Delta\alpha_n$ за 10-15 колебаний, а затем по формуле (10) вычислить μ. Например, за 10 колебаний угол уменьшается примерно на 2^0 (при β=45^0). Тогда $\Delta\alpha_{10} = 2^0\,\pi./180^0$ ($\Delta\alpha$ определяем в рад.), n = 10 и

$$\mu\approx tg\,45^0\,(1/40)\cdot(3{,}14/90)\sim 10^{-3}.$$

И з м е р е н и я

Измерение коэффициента трения μ. С помощью регулировочных винтов устанавливают наклонную плоскость вертикально. При этом нить маятника должна занимать положение напротив отметки O на шкале углов α, а шар почти касается наклонной плоскости.

Закрепляют шкалу углов β (она находится за наклонной плоскостью справа) на отметку $\beta = 90^0$. Затем наклонную плоскость устанавливают под некоторым углом β. Шар отводят на угол $\alpha \approx 6 \div 10^0$ и без толчка опускают. Подсчитывают число колебаний, за которое амплитуда уменьшилась на $\Delta\alpha \approx 2 \div 4^0$.

Установите плоскость под углом $\beta = 45^0$.

Отведите маятник на угол $\alpha \approx 6 \div 10^0$ и подсчитайте число колебаний n, когда шар опустится на угол $\Delta\alpha_n = 2^0$. Затем, стартуя с того же угла, подсчитайте число колебаний, при которых шар опустится на 3^0 и 4^0.

Установите наклонную плоскость под углами $\beta = 30^0$ и $\beta = 60^0$ и проделайте все измерения для этих углом.

Результаты опытов занесите в таблицу 1.

Таблица 1.

β	α	$\Delta\alpha_{n1}$	n_1	μ_1	$\Delta\alpha_{n2}$	n_2	μ_2	$\Delta\alpha_{n3}$	n_3	μ_3	μ
45^0		2^0			3^0			4^0			
30^0		2^0			3^0			4^0			
60^0		2^0			3^0			4^0			

Примечание: $\mu = 1/3\ (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)$ - коэффициент трения, измеренный для каждого угла β.

Выяснить, насколько значения μ отличаются одно от другого при разных β.

Получите из (10) формулу для относительной погрешности измерения $\Delta\mu/\mu$ и вычислите ее значение.

К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Как определяется сила трения покоя?
2. Какие факторы влияют на величину коэффициента трения качения?
3. Как влияют длина, толщина и материал нити на результаты опыта?

Л и т е р а т у р а

1. Детлар А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М., 1989 г.
2. Савельвев И.В. Курс общей физики. Т.1, М., 1973 г.
3. Хайкин С.Э. Физические основы механики. М., 1971 г.