КАЛМЫЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра экспериментальной и общей физики

Лабораторная работа № 12

“ ”

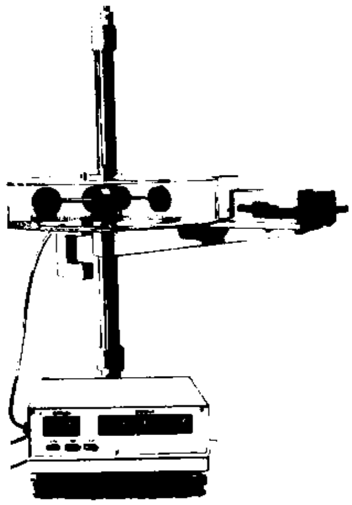
Лаборатория № 210

Лабораторная работа № 12

“ ”

Цель работы: изучение движения крутильного маятника под действием короткого импульса внешней силы и определение скорости пули методом крутильного маятника.

Оборудование: лабораторная установка.



Теоретическое введение

Основным элементом лабораторной установки является крутильный маятник. При попадании в него выпущенной стреляющим устройством «пули» маятник начинает вращаться вокруг вертикальной оси.

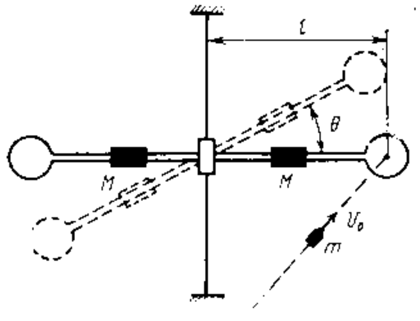


Рис. 1.

Максимальный угол отклонения θ_{max} маятника из положения равновесия связан со скоростью v_0 пули соотношением

$$v_0 = \frac{\sqrt{ID}}{ml}\theta_{\max}, \qquad (1)$$

где m — масса пули, l — прицельное расстояние (рис. 1), I — момент инерции маятника, D — постоянная момента упругих сил.

Для экспериментального определения скорости пули удобно преобразовать соотношение (1) так, чтобы в него входили непосредственно измеряемые на опыте величины. Сначала воспользуемся формулой для периода колебаний T слабо затухающего крутильного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}, \qquad (2)$$

и исключим неизвестную величину D. В результате получим

$$v_0 = \frac{2\pi}{T}\frac{I}{ml}\theta_{\max}. \qquad (3)$$

Согласно теореме Гюйгенса-Штейнера, момент инерции маятника

$$I = I_0 + 2MR^2, \qquad (4)$$

где $2M$ — масса двух имеющихся на маятнике подвижных грузов, R — расстояние от центра масс каждого из этих грузов до оси вращения.

Подставляя это выражение в (3), получаем следующую формулу для определения скорости пули:

$$v_0 = \frac{2\pi}{T}\frac{I_0 + 2MR^2}{ml}\theta_{\max}. \qquad (5)$$

Измерения

Соотношение (1), использовавшееся при выводе выражения (5), было получено для идеализированной модели, а именно предполагалось, что выполнены следующие условия:

1) колебания маятника являются незатухающими;

2) время τ соударения пули с маятником мало по сравнению с периодом колебаний:

$$\tau \ll T \qquad (6)$$

(баллистический режим).

Поэтому, прежде всего, необходимо выяснить, обеспечивается ли выполнение этих условий для имеющейся лабораторной установки. Сначала обсудим первое из них. Отклонив маятник из положения равновесия, легко убедиться, что амплитуда его колебаний довольно быстро уменьшается. Следовательно, модель незатухающих колебаний не является точной и применение полученной в рамках этой модели формулы (5) может привести к систематической погрешности в определении скорости пули.

Оценим эту погрешность, для чего сравним графики зависимости амплитуды незатухающих и затухающих колебаний маятника от времени. Будем считать, что в обоих случаях маятник выведен из положения равновесия в момент времени $t = 0$ с одинаковой начальной скоростью (рис. 2).

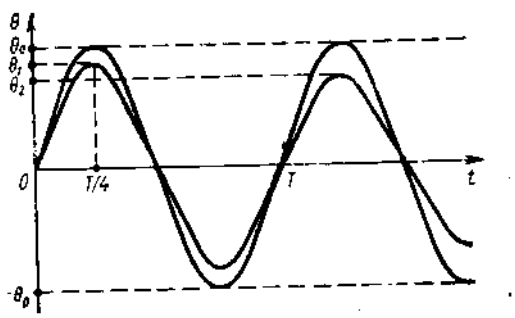


Рис. 2.

Как видно из рисунка, пренебрежение затуханием приводит к заниженному значению скорости пули. Действительно, в формулу (5) подставляется измеренная величина $\theta = \theta_{max}$, а она меньше, чем соответствующая той же начальной скорости амплитуда незатухающих колебаний θ_0. Следовательно, при определении θ_{max} возникает систематическая погрешность, равная $\Delta\theta_{сист} = \theta_1 - \theta_0$.

Для оценки заметим, что она накапливается за четверть периода колебаний, т. е. за время $T/4$. Уменьшение амплитуды колебаний за полный период T можно измерить непосредственно:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1,$$

где θ_1 и θ_2 — соответственно углы первого и второго максимального отклонения маятника после попадания в него пули. Считая зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени приблизительно линейной (для этого нужно, чтобы затухание за период было мало), находим

$$\frac{\Delta\theta(T/4)}{\Delta\theta(T)} \approx \frac{T/4}{T} = \frac{1}{4}.$$

Следовательно,

$$\Delta\theta_{сист} = \Delta\theta(T/4) \approx \tfrac{1}{4}\theta(T) = \tfrac{1}{4}(\theta_2 - \theta_1),$$

т.е.

$$\Delta\theta_{сист} = \tfrac{1}{4}(\theta_2 - \theta_1). \qquad (7)$$

Если θ_1 и θ_2 совпадают в пределах точности, с которой измеряется угол отклонения θ маятника, то $\Delta\theta_{сист}$, очевидно, можно пренебречь и модель незатухающих колебаний справедлива.

Попробуем теперь оценить τ (τ — время соударения пули с маятником). Построим качественно график зависимости скорости пули от времени относительно маятника (рис. 3).

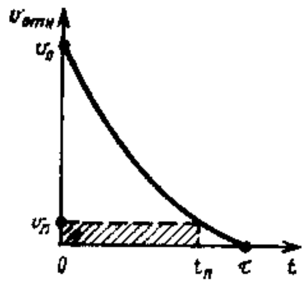


Рис. 3.

Непосредственно перед соударением маятник покоится, а скорость пули равна v_0: значит, их начальная относительная скорость $v_{отн}(0) = v_0$. В конце удара, т. е. при $t = \tau$, по определению, $v_{отн}(\tau) = 0$.

Естественно считать, что в течение удара скорость $v_{отн}$ постепенно (монотонно) убывает от v_0 до нуля. Без проведения специальных измерений ничего более определенного сказать о зависимости $v_{отн}$ от t нельзя: для этого необходимо заранее знать закон взаимодействия между соударяющимися телами. Нам же надо лишь приближенно оценить τ.

Пусть t_n — момент, когда относительная скорость пули уменьшается по сравнению с начальной в n раз:

$$V_{отн}(t_n) = v_0 / n.$$

Из рис. 3 видно, что полное перемещение пули в материале маятника

$$s_0 = \int_0^{\tau} v_{отн}(t)dt,$$

равное полной площади под кривой $v_{отн}(t)$, заведомо превышает площадь заштрихованного прямоугольника:

$$s_n = v_n t_n = \frac{v_0}{n} t_n.$$

При достаточно больших значениях n, например при $n > 10$, можно считать, что t_n мало отличается от времени соударения τ, и положить $\tau \approx t_n$. Тогда получаем неравенство

$$s_0 > s_n = \frac{v_0}{n} t_n \approx \frac{v_0}{n} \tau,$$

которое позволяет получить оценку τ:

$$\tau \le n \frac{s_0}{v_0}. \tag{8}$$

Величины, стоящие в правой части неравенства (8), определяются на опыте. В лабораторной установке глубина проникновения пули в маятник $s_0 \le 0{,}5$ см, а скорость пули $v_0 \ge 1$ м/с.

Следовательно, $(s_0/v_0) \le 5 \cdot 10^{-3}$ с и при $n = 10$ получаем для τ оценку сверху:

$$\tau \le 0{,}05 \text{ с.}$$

Так как период колебаний маятника $T \sim 1$ с, то можно считать, что неравенство (6) в этих условиях выполняется.

Примечание. Выбор величины $n = 10$ может показаться произвольным. Однако при

$$v_n = \frac{v_0}{n} \le \frac{v_0}{10}$$

практически можно считать, что удар действительно «закончился», так как к этому моменту кинетическая энергия пули

$$\frac{mv_n^2}{2} \leq \frac{1}{10^2}\frac{mv_0^2}{2},$$

т. е. составляет всего лишь примерно 1% ее первоначальной кинетической энергии.

Выясним теперь, как определить в рабочей формуле неизвестную величину I_0. Для этого запишем период колебаний маятника в виде

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + 2MR^2}{D}}. \qquad (9)$$

Таким образом, T зависит от расстояния R центров подвижных грузов M от оси вращения.

Установив грузы M на некотором расстоянии R_1 от оси вращения, можно определить период колебаний T_1 маятника. Сместим грузы M в другое положение R_2 и снова измерим период колебаний T маятника. Так как

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + 2MR_1^2}{D}}, T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + 2MR_2^2}{D}},$$

то, исключая из этих равенств D, находим

$$I_0 = 2M\frac{R_2^2 T_1^2 - R_1^2 T_2^2}{T_2^2 - T_1^2}. \qquad (10)$$

Для уменьшения погрешности, с которой определяется величина I_0, расстояния R_1 и R_2 следует взять заметно отличающимися друг от друга. Лучше всего взять R_1 возможно ближе к оси вращения, а R_2 — на максимальном расстоянии от нее.

После того как найдено I_0, скорость пули может быть определена из формулы (5) по известным значениям массы m пули, масс M грузов и измеряемым на опыте значениям периода колебаний T, прицельного расстояния l, расстояния R и угла отклонения θ_{max}, маятника.

Для повышения точности измерений рекомендуется устанавливать грузы M на небольшом расстоянии R от оси маятника, чтобы угол отклонения θ_{max} маятника был как можно больше.

Задание

1. Установите подвижные грузы M на минимальном расстоянии от оси вращения и, сделав 2—3 выстрела, определите приближенно угол отклонения θ_1 маятника при попадании в него пули.

2. Оцените по формуле (7) $\Delta\theta_{сист}$. Для этого отклоните маятник из положения равновесия на угол θ_1, отпустите без толчка и измерьте амплитуду θ_2 второго отклонения маятника в ту же сторону. Измерения повторите три раза и найдите среднее арифметическое значение θ_2. Результаты измерений занесите в таблицу 1.

Таблица 1

θ_1	$\theta_{2,1}$	$\theta_{2,2}$	$\theta_{2,3}$	$\theta_{2ср}$	$\Delta\theta_{сист}$	$\Delta\theta_0$

Сравните найденное значение $\Delta\theta_{сист}$ с погрешностью $\Delta\theta_0$ измерений угла по шкале устройства ($\Delta\theta_0$ равно половине цены деления шкалы).

3. Определите T_0. Для этого измерьте периоды колебаний маятника T_1 и T_2 при двух различных положениях $R_1 \approx R_{mix}$ и $R_2 \approx R_{max}$ пар подвижных грузов M. Результаты измерений занесите в таблицу 2.

Таблица 2

R_1	R_1^2	ΔR_1	R_2	R_2^2	ΔR_2	T_1	T_1^2	T_2	T_2^2	M	I_0	ΔI_0

4. Установив на расстоянии $R \approx R_{mix}$ грузы M, измерьте отклонение маятника $\theta = \theta_{max}$ и прицельное расстояние l в серии из четырех выстрелов. Результаты измерений занесите в таблицу 3.

Таблица 3

l_1	l_2	l_3	l_4	l_{cp}	Δl	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_{cp}	$\Delta\theta$	R_{cp}	R_{cp}^2	T_{cp}	ΔT	v_{0cp}	Δv_0

Пользуясь соотношением (5), определите скорость пули.

Можно ли утверждать, что скорость пуль в серии выстрелов одинакова в пределах точности измерений или имеется разброс в скорости пуль от выстрела к выстрелу?

5. Измерьте приближенно глубину s_0, на которой пуля застревает при попадании в маятник. Оцените по формуле (8) время соударения τ пули с маятником, полагая в (8) $n = 10$. Убедитесь в том, что неравенство (6) в условиях опыта действительно выполняется.

Контрольные вопросы

1. Выведите формулу (1):

$$v_0 = \frac{\sqrt{ID}}{ml}\theta_{\max}.$$

2. На основании полученных вами опытных данных оцените постоянную момента упругих сил D.

3. По экспериментальным результатам оцените кинетическую энергию маятника:

$$W_к \approx W_п = \tfrac{1}{2} D\theta_{\max}^2.$$

Оцените, какая часть кинетической энергии пули при ударе переходит в теплоту.

Литература

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 1. Механика. М., 1989.
2. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. М., 1989