

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

**Цель работы:** Определить коэффициент вязкости жидкости, используя метод Стокса, основанный на измерении скорости падения в жидкости твердого шарика малых размеров.

**Приборы:** Колба с жидкостью, линейка, микрометр, набор шариков, секундомер.

### Теория

При движении жидкости между ее слоями возникают силы внутреннего трения, действующие таким образом, чтобы уравнивать скорости всех слоев. Природа этих сил заключается в том, что слои, движущиеся с разными скоростями, обмениваются молекулами. Молекулы из более быстрого слоя передают более медленному некоторое количество движения, вследствие чего, последний начинает движение с большей скоростью. Реальная жидкость обладает **вязкостью**, т.е. свойством оказывать сопротивление при перемещении одной части жидкости относительно другой. Допустим, что  $S$  является поверхностью соприкосновения двух слоев жидкости (рис. 1), причем с одной стороны этой поверхности жидкость течет со скоростью  $v$ , а с другой стороны со скоростью  $v + \Delta v$ . Обозначим через  $\Delta x$  расстояние между точками, в которых измерены эти скорости. Векторы скоростей  $v$ , параллельны поверхности соприкосновения, а  $\Delta x$  измерено по нормали к этой поверхности (перпендикулярно векторам скоростей).

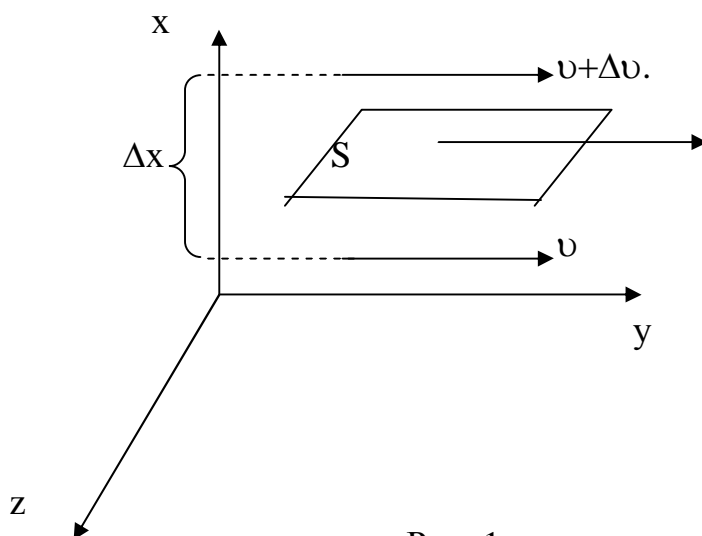


Рис. 1

Предел отношения  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{dv}{dx}$  называется градиентом скорости, т.е.

течение жидкости в данном месте показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении, перпендикулярном направлению скорости. Сила внутреннего трения  $F$ , действующая вдоль поверхности  $S$  равна:

$$F_{mp} = \eta \frac{dv}{dx} S$$

где  $\eta$  - коэффициент внутреннего трения или коэффициент динамической вязкости. Коэффициент динамической вязкости показывает скольким ньютонам должна быть равна сила, чтобы в слое жидкости имеющим толщину 1м и площадь 1м<sup>2</sup>, эта сила двигала бы верхнюю поверхность слоя относительно нижней со скоростью 1м/сек. От этого коэффициента зависит также и сила трения действующая на твердое тело при его движении относительно жидкости (при обтекании текущей жидкостью неподвижных тел). Тонкий слой жидкости прилипает к поверхности тела и поэтому трение происходит между этим слоем и остальной частью жидкости. Это обстоятельство позволяет найти коэффициент вязкости жидкости по измерениям силы трения между слоями жидкости

В настоящей работе используется метод Стокса, основанный на измерении скорости падения в жидкости твердого шарика малых размеров. При падении шарика в вязкой жидкости он приобретает постоянную скорость, т. е. движется без ускорения. Следовательно, равнодействующая всех сил, действующих на шарик должна быть равна нулю. На шарик падающий в вязкой жидкости, действуют три силы (рис.2):

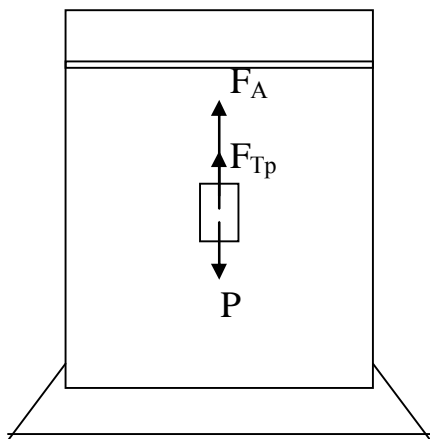


Рис.2

1. Сила тяжести

$$P = mg = \rho_{ш} V_{ш} g = \frac{1}{6} \pi d^3 \rho_{ш} g$$

где  $V$ - объем шарика,  $\rho_{ш}$  - плотность вещества шарика,  $d$ - диаметр шарика.

2. Выталкивающая сила (по закону Архимеда)

$$F_A = m_{ж} g = \rho_{ж} V_{ж} g = \frac{1}{6} \pi d^3 \rho_{ж} g$$

где  $\rho_{ж}$  - плотность жидкости.

3. Сила Стокса ( сила вязкого сопротивления) для шарика в безграничной жидкости равна:

$$F_{тр} = 3\pi d \nu \eta$$

где  $\nu$  - скорость движения шарика. Верхняя метка 1(точка начала отсчета времени) наносится на сосуд с таким расчетом, чтобы дальнейшее падение шарика (до метки 2) было бы равномерным. При этом условии сумма всех трех перечисленных сил будет равна нулю. С учетом этих направлений имеем:  $P - F_A - F_{тр} = 0$

$$\frac{1}{6} \pi d^3 \rho_{ш} g - \frac{1}{6} \pi d^3 \rho_{ж} g - 3\pi d \nu \eta = 0$$

Из этого соотношения находим динамический коэффициент вязкости жидкости

$$\eta = \frac{g}{18} (\rho_{ш} - \rho_{ж}) \frac{d^2}{\nu}$$

$\nu$  - скорость движения шарика в жидкости измеряется по расстоянию между метками  $\ell$  (между точками 1 и 2) и временем  $t$  движения шарика между ними

$$\nu = \frac{\ell}{t}$$

Окончательно получаем:

$$\eta = \frac{g}{18} (\rho_{ш} - \rho_{ж}) \frac{d^2 t}{\ell} \quad (1)$$

Отметим что данная формула не учитывает размеры сосуда в котором происходит падение твердого тела.

В реальности, практически невозможно осуществить падение шарика в безграничной среде, т.к. жидкость всегда находится в каком - то сосуде, имеющем стенки. Если шарик падает вдоль оси цилиндрического сосуда с радиусом  $R$ , то учет наличия стенок приводит к следующему выражению коэффициента вязкости:

$$\eta = g \frac{d^2 t}{18 \ell} \times \frac{\rho_{ш} - \rho_{ж}}{1 + 2,4 \frac{d}{R}}$$

В системе СГС коэффициент динамической вязкости измеряется в пузах:

$$1_{пз} = 1 \frac{г}{см \times сек} = 0,1 \frac{н \times сек}{м^2}$$

В международной системе СИ коэффициент динамической вязкости имеет

наименование  $1 \frac{Н \times сек}{м^2} = 1 \frac{кг}{м \times сек} = 10$

Наряду с коэффициентом динамической вязкости часто употребляют коэффициент кинематической вязкости

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_{ж}}$$

где  $\rho_{ж}$  - плотность жидкости.

В системе СГС единицей измерения коэффициента вязкости является 1стокс:

$$\nu = \text{см}^2 \times \text{сек}^{-1}$$

В системе СИ:  $\nu = \text{м}^2 \times \text{сек}^{-1}$

### Порядок работы

1. Прodelать опыт не менее трех раз.
2. Заполнить таблицу измерений.
3. Вычислить  $\eta$ .
4. Вычислить ошибки измерений.

### Ход работы:

Опыт проделывают с несколькими шариками.

1. Микрометром измерить диаметр каждого шарика с точностью до 0,1 мм.
2. Линейкой измерить расстояние между верхней (точка 1) и нижней (точка 2) метками на сосуде.
3. Бросить шарик в сосуд с исследуемой жидкостью и с помощью секундомера определить время падения шарика между метками.
4. По формуле (1) вычислить коэффициент динамической вязкости  $\eta$ .
5. Результаты измерений и расчетов занести в таблицу.

Рассчитать погрешность измерений.

аблица

№п/ п	$\rho_{ш}$ кг/м <sup>3</sup>	$\rho_{ж}$ кг/м <sup>3</sup>	d, м	$\ell$ , м	t, сек	$\eta$ , $\frac{н \times сек}{м^2}$	$\eta_{ср}$ $\frac{н \times сек}{м^2}$	$\Delta\eta$ $\frac{н \times сек}{м^2}$	$\Delta\eta_{ср}$ $\frac{н \times сек}{м^2}$	$\sigma$ , %
1										
2										
3										

$$\sigma = \frac{\Delta\eta_{ср}}{\eta_{ср}} \times 100\%$$

### Контрольные вопросы:

1. Объясните механизм возникновения сил внутреннего трения в жидкости?
- 2.. Что такое вязкость?
3. Назовите силы действующие на шарик, падающего в жидкости и запишите их формулы.
4. Как изменяется скорость движения шарика с увеличением его диаметра?
5. Почему равнодействующая всех сил, действующих на шарик, равны нулю?
6. Что показывает коэффициент динамической вязкости (его физический смысл)?
7. В каких единицах измеряется коэффициент динамической вязкости  $\eta$  в системе СИ, СГС?

## Лабораторная работа

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ И ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА  
МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

**Цель работы:** экспериментальное определение момента инерции твердых тел при помощи трифилярного подвеса. Проверка теоремы Штейнера о переносе осей вращения.

**Приборы и оборудование:** трифилярный подвес, секундомер, набор грузов, штангенциркуль.

## Теория и описание установки

Основной характеристикой твердых тел является момент инерции твердого тела относительно данной оси вращения

$$I = \int r^2 dm \quad (1)$$

где  $r$  - расстояние от элемента массы  $dm$  до оси вращения. Момент инерции  $I$  определяет соотношение между моментом сил  $M$ , приложенных к телу, и угловой скоростью вращения  $\omega$  :

$$M = I \frac{d\omega}{dt} \quad \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \quad \text{то} \quad I = \frac{M}{\varepsilon} \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  - угловое ускорение.

Таким образом, момент инерции можно рассчитать, используя соотношение между (1) и (2), либо экспериментально определить, измеряя характеристики вращательного движения тела.

**Момент инерции тела  $I$**  относительно произвольной оси равен моменту инерции тела  $I_0$  относительно оси, проходящей через центр масс, плюс произведение массы тела  $m$  на квадрат расстояния между осями  $r^2$  (теорема Штейнера).

$$I = I_0 + mr^2$$

Одним из способов определения момента инерции является измерение периода колебания специальной платформы трифилярного подвеса, на которую помещается тело.

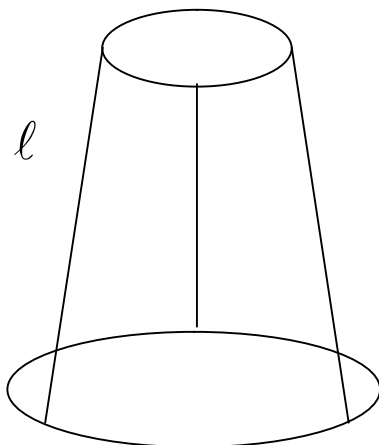


Рис.1

**Трифиллярный подвес** (рис.1) осуществлен таким образом: круглая платформа, подвешенная на трех нитях, симметрично расположенных относительно оси симметрии платформы. Наверху эти нити также симметрично прикреплены к платформе, радиус которой меньше, чем у нижней подвижной платформы. При закручивании нижней платформы относительно оси симметрии платформы происходит ее перемещение вверх, т.е. ее центр тяжести поднимается по оси вращения. Возникает момент сил, стремящийся вернуть платформу в исходное положение равновесия. Опускаясь и раскручиваясь в обратном направлении, платформа приобретает кинетическую энергию вращательного движения. Вследствие этого, в положении равновесия она не удерживается и продолжает раскручиваться в другом направлении, что и приводит к периодическому движению: центр тяжести периодически смещается вверх-вниз, а сама платформа в то же время совершает крутильные колебания. Период таких колебаний определяется величиной момента инерции платформы и тел помещенных на ней. Это используется в данной работе: измеряя период колебаний по разному нагруженной платформы, можно рассчитать величину моментов инерции.

Пусть платформа массы  $m$ , вращаясь в одном направлении, поднялась на высоту  $h$ . При этом увеличивается потенциальная энергия платформы и ее приращение обозначим  $\Delta U = mgh$ . Вращаясь в обратном направлении, платформа

возвращается в положение равновесия с кинетической энергией  $\Delta T = \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2$ ,

где  $I_0$  - момент инерции платформы,  $\omega_0$  - угловая скорость платформы (вращения) в момент достижения ею положения равновесия, т.е. самой нижней точки движения. В условиях, когда действием сил можно пренебречь (сил трения), на основании закона сохранения механической энергии получаем:

$$E = U + T = Mgh + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (3)$$

Здесь  $M$  - полная масса платформы вместе с телом,  $I$  - момент инерции платформы с телом,  $E$  - полная энергия системы,  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  - угловая скорость вращения,  $\varphi$  - угол, на который закручивается платформа. В уравнении (3) величина  $h$  - высота поднятия центра тяжести платформы - может быть выражена через угол поворота платформы, что позволит упростить уравнение закона сохранения энергии.

Для этого рассмотрим геометрические соотношения для данной платформы (рис.2).

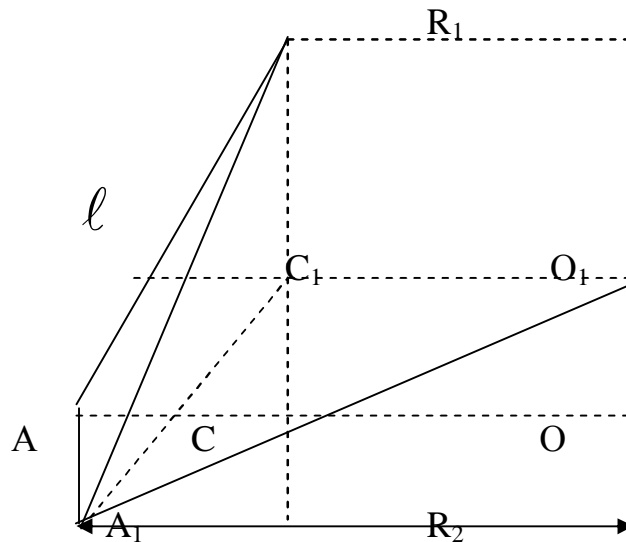


Рис.2

Пусть  $R_1$  - радиус верхней платформы, а  $R_2$  - нижней платформы соответственно. Тогда высота, на которую поднимается платформа, будет равна:

$$h = OO_1 = BC - BC_1 = \frac{(BC)^2 - (BC_1)^2}{BC + BC_1} \quad (4)$$

Так как длина нити подвеса равна  $\ell$ , то  $(BC)^2 = (BA)^2 - (CA)^2 = \ell^2 - (R_2 - R_1)^2$  (5)

А величина  $(BC_1)^2 = (BA_1)^2 - (A_1C_1)^2 = \ell^2 - (R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos\varphi)$  (6)

Таким образом, получаем из уравнений (4), (5), (6):

$$h = \frac{2R_1R_2(1 - \cos\varphi)}{BC + BC_1} = \frac{4R_1R_2\sin\frac{\varphi}{2}}{BC + BC_1}$$

Если учесть, что углы поворота платформы малы, не более  $5^\circ$ , то при малых  $\varphi$  значение функции  $\sin\varphi$  можно заменить на значение угла  $\varphi$

$$\sin\frac{\varphi}{2} \rightarrow \frac{\varphi}{2} \quad (8)$$

В знаменателе получаем  $2\ell \approx BC + BC_1$

Таким образом, для  $h$  имеем: 
$$h = \frac{R_1R_2\varphi^2}{2\ell}$$

Это позволяет в выражении (3), для закона сохранения энергии произвести замену:

$$\frac{1}{2}I\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + Mg\frac{R_1R_2\varphi^2}{2\ell} = E \quad (9)$$



Учитывая, что полная энергия системы сохраняется, т.е. не меняется во времени, можем продифференцировать это уравнение по времени:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + Mg \frac{R_1 R_2}{\ell} \varphi = 0 \quad (10)$$

Последнее уравнение имеет вид:  $\ddot{\varphi} + k \varphi = 0$ , где коэффициент  $k = \frac{MgR_1 R_2}{I}$

Данное уравнение имеет решение в виде:  $\varphi = \varphi_0 \sin kt$  (11)

Сопоставляя это выражение уравнением синуса  $\sin \frac{2\pi}{T} t$ , получаем выражение для периода колебания платформы:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I\ell}{MgR_1 R_2}} \quad (12)$$

Таким образом, измеряя экспериментально период колебаний платформы и все остальные параметры, можем определить момент инерции платформы:

$$I = \frac{MgR_1 R_2 T^2}{4\pi^2 \ell} \quad (13)$$

Для данного прибора геометрические параметры известны:

$$R_1 = 70 \pm 1 \text{ мм}, \quad R_2 = 80 \pm 1 \text{ мм}, \quad \ell = 76 \pm 0,5 \text{ мм}.$$

Масса пустой платформы  $m = 150 \pm 1 \text{ г}$ .

Полученная нами формула (13) справедлива при полном отсутствии системы, например, если амплитуда колебания сильно изменяется за время, сравнимое с периодом колебаний. Если выполняется условие:  $\tau \gg T$ ,  $\tau$  - время, в течении которого амплитуда колебаний платформы уменьшается в два раза, то потери энергии на трение невелики и ими можно пренебречь. Вращательный импульс, необходимый для начала крутильных колебаний, сообщается нижней платформе, причем, следует обратить внимание на отсутствие колебаний платформы возвратно-поступательного характера.

### Порядок выполнения работы

1. Определить момент инерции пустой платформы.
2. Определить момент инерции платформы, когда грузы расположены в центре платформы (суммарный момент инерции обоих тел  $I_0$ ).
3. Определить момент инерции платформы, когда грузы расположены симметрично друг друга. При этом центр инерции каждого из цилиндров будет, сдвинут относительно оси вращения на расстояние, равное половине расстояния между цилиндрами. Момент инерции должен быть равен:  $I = I_0 + mR_0^2$  где  $R_0$  - расстояние центра инерции цилиндра от оси вращения. Все измерения периодов колебаний следует производить с точностью не хуже 0,5%. Для вычисления брать 20 колебаний.

Таблица

№n/n	n	m,кг	t,сек	T,сек	$I, \frac{нсек}{м}$	$I_{cp}, \frac{нсек}{м}$	$\Delta I, \frac{нсек}{м}$	$\Delta I_{cp}, \frac{нсек}{м}$	$\sigma, \%$

$$\sigma = \frac{\Delta I_{cp}}{I_{cp}} 100\%$$

## Лабораторная работа ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ВЕЛИЧИН

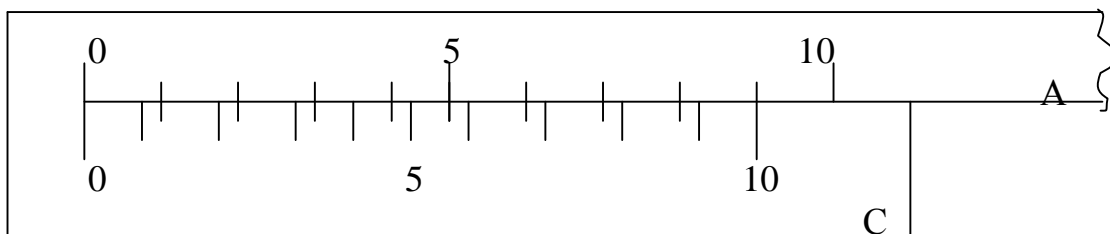
Цель работы: изучение измерительных приборов и овладение техникой измерений.

Приборы и принадлежности: штангенциркуль, микрометр, измеряемые предметы.

### ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНОГО НОНИУСА

#### ШТАНГЕНЦИРКУЛЬ

Для измерения линейных и угловых величин пользуются различными приборами и инструментами. Наиболее простейшие из них: штангенциркуль, микрометр, микроскоп и др. Измерения длин производят масштабной линейкой. Величина наименьшего деления такой линейки равна 1мм. Если измерения длины производят с точностью до долей мм, то пользуются вспомогательной шкалой измерительного инструмента-нониусом. Нониус бывает линейный для измерения линейных величин и угловой- для измерения угловых величин. Линейный нониус представляет собой небольшую линейку со шкалой С, m-деления которой равны m-1 делениям шкалы масштабной линейки А. Нониус С может перемещаться по линейке А (рис.2).



Если  $a$  – цена деления нониуса,  $b$  - цена деления масштабной линейки,  $m$  – число деления на нониусе, то связь между указанными делениями линейки и нониуса следующая:

$$a m = (m - 1) \times b \quad (1)$$

Получаемая из формулы (1) разность  $b - a = \frac{b}{m}$ ,

Называется точностью ( погрешностью) нониуса, т. е. Точность нониуса  $b/m$  равна отношению цены наименьшего деления масштаба к  $m$  числу делений на нониусе. Точность нониуса часто бывает равна 1/10 мм, в этом случае  $b$  равняется 1 мм,

$m = 10$ . Измерения при помощи нониуса производят следующим образом : к нулевому делению шкалы прикладывают один конец измеряемого тела В, к другому концу тела – нониус С. Из рисунка 3 видно, что искомая длина тела В

$$L = kb + \Delta L \quad (2)$$

Где  $k$ -целое число делений масштабной линейки в миллиметрах, укладываемое в измеряемой длине;  $\Delta L$ – отрезок длины, представляющий доли миллиметра. Обозначим через  $n$  – деление нониуса, которое совпадает с любым каким-то делением масштабной линейки; тогда

$$\Delta L = nb - na = n(b - a) = n \times \left( \frac{b}{m} \right) \quad (3)$$

Из формул (2) и (3) находим искомую длину  $L = kb + n \frac{b}{m}$ . Если положить  $b=1$  мм,  $m=10$  делений (что обычно бывает), то искомая длина

$$L = \left( k + \frac{n}{10} \right) \quad (4)$$

Таким образом, длина измеряемого тела равна целому числу  $K$  масштабной линейки плюс десятые доли числа  $n$ . Число  $n$  показывает тот номер деления нониуса, который совпадает с некоторым делением масштабной линейки. На рисунке 2 приведен пример отсчета длины:

$$L = \left( 14 + \frac{5}{10} \right) \text{мм} = 14,5 \text{ мм}, \quad \text{т.к. } K = 14 \text{ мм} \quad n = 5.$$

Линейный нониус используется в инструменте, который называется штангенциркулем.

**ШТАНГЕНЦИРКУЛЬ** (рис.2) состоит из миллиметровой линейки А, с одной стороны которой имеется неподвижная ножка В. Вторая ножка Д имеет нониус С и может перемещаться вдоль линейки А. Когда ножки В и Д соприкасаются, нуль линейки и нуль нониуса должны совпадать.

Для того чтобы измерить длину предмета М, его помещают между ножками, которые сдвигают до соприкосновения с предметом (без сильного нажима), и закрепляют винтом Е.

После этого делают отсчет по линейке и нониусу и вычисляют длину предмета  $L$  по формуле (4). В данной работе измерения производят штангенциркулем. В делении миллиметровой шкалы которого равны 10 делениям нониуса (посмотрите на шкалу штангенциркуля). Такая разбивка сделана для того, чтобы деления шкалы нониуса были более крупными (удобнее сделать отсчет), точность же нониуса сохраняется обычная равна 0,1 мм.

Рис.3

При такой разбивке величин  $a$  и  $b$ , входящие в формулу (1), увеличены в 2 раза, а число делений на нониусе оставлено 10, т.е. уменьшено в 2 раза. Поэтому при использовании формулы (1) надо считать  $b = 2$  мм, тогда точность нониуса

$$b - a = \frac{b}{m} = 2 - \frac{19}{10} = \frac{1}{10} \text{ мм}$$

## ИЗМЕРЕНИЯ ШТАНГЕНЦИРКУЛЕМ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Штангенциркулем измеряют высоту  $h$  и диаметр  $d$  цилиндра. Измерения производят следующим образом:

1. Цилиндр помещают между В и Д штангенциркуля (слегка зажав ножки) и закрепляют винт Е.
2. Измеряют длину и диаметр цилиндра и производят отсчет по шкале линейки А числа целых мм К, расположенных слева от нулевого деления нониуса, и числа делений  $h$  шкалы нониуса, совпадающего с любым делением шкалы А. По формуле (4) делают подсчет.
3. Вычисляют среднюю квадратичную и относительную ошибок измерений. Результаты измерений и вычислений записывают в таблицу результатов. Примерное расположение записей в таблицу следующее. Все вычисления физических величин следует проводить в международной системе единиц СИ.

№	К м м	Н мм	Л мм	$\Delta L$ мм	$\frac{\Delta L_{cp}}{L_{cp}} \times 100\%$	К мм	п мм	d мм	$\Delta d$ мм	$\frac{\Delta d_{cp}}{d_{cp}} \times 100\%$
1										
.										
2										
.										
3										
.										
4										
.										
5										
.										

## МИКРОМЕТРИЧЕСКИЙ ВИНТ МИКРОМЕТР

Микрометрический винт в точных измерительных приборах применяется (микрометр, микроскоп) и дает измерения до сотых долей миллиметра. Микрометрический винт представляет собой стержень, снабженный точной винтовой нарезкой. Высота подъема винтовой нарезки за один оборот называется шагом микрометрического винта.

Микрометр состоит из двух основных частей: скобы В и микрометрического винта А. Микрометрический винт А проходит через отверстие скобы В с внутренней резьбой против микрометрического винта на скобе имеется упор Е. На микрометрическом винте закрепленный цилиндр (барабан) С с делениями по окружности. При вращении микрометрического винта барабан скользит по линейной шкале, нанесенной на стебле Д. Наиболее распространен микрометр, у которого цена делений шкалы стебля  $b=0,5$  мм. Верхние и нижние риски шкалы сдвинуты относительно друг друга на 0,5 мм, цифры проставлены только для делений нижней шкалы, т.е. нижняя шкала представляет собой обычную миллиметровую шкалу. Для того, чтобы микрометрический винт А передвинулся на 1 мм., необходимо сделать два оборота барабана С. Таким образом, шаг микрометрического винта равен 0,5 мм, а число делений барабана  $nb=50$ , то точность микрометра

Для измерения микрометра предмет помещают между упором Е и микрометрическим винтом А (рис.4) и вращают винт А за головку М до тех пор, пока измеряемый предмет не будет зажат между упором Е и концом винта А (вращение винта А производится только за головку М, так как в противном случае легко сбить совпадение нулей шкалы стебля Д и барабана С.). Численное значение – измеряемого предмета (в данной работе измеряют толщину проволоки и пластинки) находят по формуле: (5), где К -число наименьших делений шкалы, b -цена наименьшего деления шкалы n– число делений барабана, которые в момент отсчета совпадают с осью шкалы стебля Д. Так как в данной работе применяется микрометр, у которого  $b =0,5$  мм,  $m=50$ , то формула опять примет вид .

Отсчет по микрометру показывает

### Измерение микрометр и обработка результатов измерений

1. Измеряемый предмет (толстую проволоку или металлическую пластинку) помещают между упором Е и концом микрометрического винта А.
2. Находят значение и по шкале стебля Д и барабана. По (формуле 2) производят подсчет искомым величин.
3. Вычисляют среднюю квадратичную и относительную ошибку. Результаты измерений и вычислений записать в таблицу.

Записать в таблицу

№	К мм	n, мм	Z, мм	$Z_{cp}$ мм	$\Delta Z$ мм	$\Delta Z_{cp}$ мм	$\frac{\Delta Z_{cp}}{Z_{cp}} \times 100\%$
1							

2							
3							
4							
5							

### **Контрольные вопросы**

1. Как определить цену деления нониуса?
2. Чему равна погрешность нониуса?
3. В каких случаях следует пользоваться штангенциркулем, в каких микрометр?
4. Какие выводы можно сделать сравнивая результаты?
5. Как вычислить ошибки измерений?

### **Литература**

1. Иверонова В.И. Физический практикум.
2. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике.
3. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики.
4. Година Л.Л.

## Лабораторная работа

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ УДЕЛЬНЫХ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА

Цель работы: изучение термодинамических процессов в воздухе, экспериментальное определение отношения удельных теплоемкостей  $j = C_p \backslash C_v$  воздуха методом Клемана – Дезорма.

Приборы и оборудование: баллон с распределительным краном, U-образный водяной манометр, насос, резиновые трубки, секундомер.

## ТЕОРИЯ МЕТОДА

Состояние газа обычно описывается тремя основными параметрами: давлением  $P$ , объемом  $V$  и температурой  $T$ . Эти параметры легко измерить экспериментально, и они достаточно полно характеризуют состояние газа. В равновесии эти параметры газа связаны соотношением, которое называется уравнением состояния. Для идеального газа уравнение состояния записывается в виде:

$$PV = RT \quad (1),$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \times \text{град}}$

Кроме этих параметров важной величиной является внутренняя энергия газа  $U$ . Внутренняя энергия и основные параметры газа изменяются при различных физических процессах за счет притока или оттока теплоты  $Q$  и совершение работы  $A$  над внешними телами. Если процесс протекает достаточно медленно (квазиравновесный процесс), то можно допустить, что между параметрами  $P, V, T$  имеется связь, определяемая соотношением (1). Изменение внутренней энергии при этом подчиняется закону сохранения энергии, который записывается в виде:  $dQ = dU + dA$  (2), где  $dQ$  – количество теплоты, сообщенное системе,  $dA$  – работа, совершаемая внешними телами над данным газом (или работа, которую газ совершил над внешними телами). Это выражение называется **первым законом термодинамики**.

Часто применяемым параметром является удельная теплоемкость газа  $C$ , которая определяется количеством тепла, которое необходимо для нагрева единицы массы газа на один кельвин. Следовательно,

$$C = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT} \quad (3)$$

В термодинамике обычно рассматривают четыре важнейших процесса, которые протекают в газах при сохранении постоянным одного из перечисленных параметров:

Изохорический (при постоянном объеме  $V = \text{const}$ )

Изобарический (при постоянном давлении  $P = \text{const}$ )



Изотермический (при постоянной температуре  $T = \text{const}$ )

Адиабатический (без теплообмена с внешней средой  $dQ = 0$ )

Для расчета термодинамических процессов в технике и в научных исследованиях часто необходимо знать величину удельной теплоемкости газа при различных процессах. По определению, теплоемкость есть “поглощение” тепла газом за счет изменения его внутренней энергии. Такое изменение существует лишь в двух из перечисленных процессах: изохорическом и изобарическом.

**Изохорический процесс:** работа над внешними силами не совершается, т.е. тепло идет на увеличение внутренней энергии тела  $dQ = dU$  и теплоемкость  $C_V =$

$$\left( \frac{dQ}{dT_V} \right) = \frac{dU}{dT}$$

**Изобарический процесс:** в этом случае газ при нагревании будет расширяться совершая над внешними телами положительную работу, т.е. теплоемкость газа  $C_P$  должна быть больше, чем теплоемкость  $C_V$ . Элементарная работа  $dA = PdV$

или  $C_P = C_V + P \frac{dV}{dT}$ , т.е.

$$C_P = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_P = \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT}$$

Дифференцируя по  $T$  уравнение газового состояния, имеем  $\frac{dV}{dT} = \frac{R}{P}$ ; т.е.  $C_P = C_V + R$  (4)

Работа, которую совершает 1 киломоль идеального газа при повышении его температуры на  $1^\circ$  при постоянном давлении равна  $R$ .

Соотношение этих двух теплоемкостей характерную для каждого газа величину:  $j = C_P \backslash C_V$  (5). Значение величины  $j$  позволяет рассчитать ряд термодинамических

величин газа:  $C_V = \frac{R}{j-1}$ ,  $U = \frac{1}{j-1} PV$  (6)

Для определения  $j$  по методу Клемана- Дезорма используется адиабатический процесс, который осуществляется как резкое расширение газа в баллоне. При этом газ в баллоне не успевает произвести теплообмен с окружающей средой и охлаждается, т.к. его внутренняя энергия уменьшилась за счет совершения работ по расширению газа. Используя первый закон термодинамики для этого случая ( $dQ = 0$ ), получаем  $dA = -dU = -C_V dT$ , учитывая, что  $dA = PdV$  и используя уравнение состояния  $PV = RT$  после несложных алгебраических преобразований получаем соотношение:

$$\frac{dP}{-P} = -j \frac{dV}{V} \quad (7),$$

Откуда получаем зависимость между  $P$  и  $V$  для адиабатического процесса в виде:  $PV^j = \text{const}$  (8). Полученное выражение позволяет экспериментально определить величину для газов, близких к идеальным. Таким газом является воздух при нормальных условиях.

## Измерительная установка и методика измерения

В настоящей работе для определения отношения  $j = C_p/C_v$  используется прибор Клемана – Дезорма. Схематически устройство прибора показано на рисунке 1.

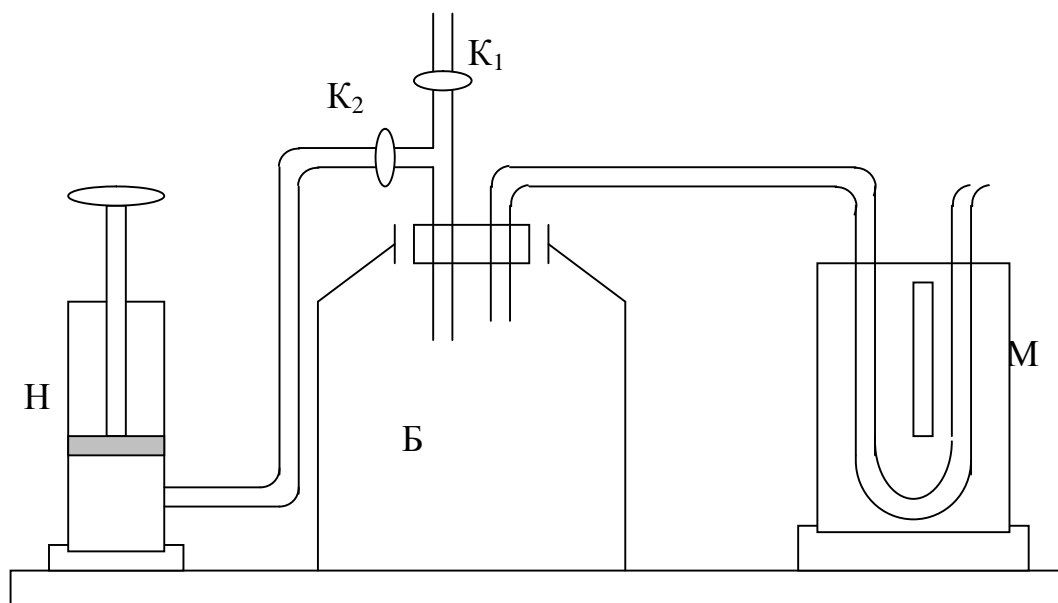


Рис. 1

Он состоит из стеклянного баллона Б с воздухом (экспериментальный объем), который соединяется с помощью распределительных кранов  $K_1$  и  $K_2$ , либо с атмосферой, либо с насосом Н и водяным U-образным манометром. Водяной манометр измеряет разность между давлением в баллоне и атмосферным давлением. Экспериментальное определение отношения  $j$  для воздуха, находящегося в баллоне сводится к осуществлению последовательности термодинамических процессов, представленных на P-V диаграмме на рис. 2.

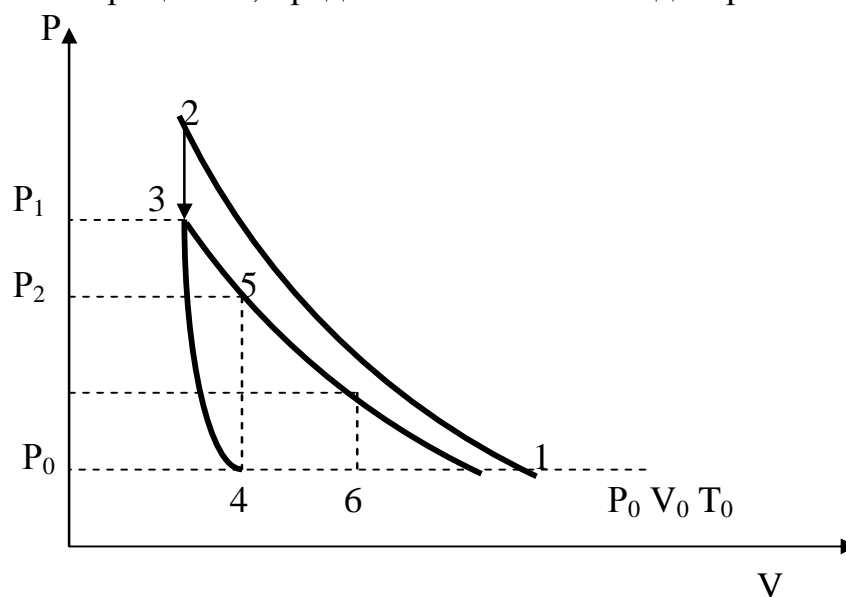


Рис. 2

Сначала кран  $K_1$  закрыт, а кран  $K_2$  открыт. Насосом  $H$  в баллон дополнительно накачивается наибольшая порция воздуха (процесс 1-2), и кран закрывается. За время накачки воздух в баллоне сжимается и нагревается. После перекрытия крана  $K_2$  воздух изохорически остывает до комнатной температуры  $T_0$  (процесс 2-3) в баллоне устанавливается повышенное давление  $P_1 = P_0 + \Delta P_1$ . Избыточное давление  $\Delta P_1$  измеряется водяным манометром, затем кран  $K_1$  открывается на короткое время, часть газа выходит из баллона и давление в нем сравнивается с атмосферным, равным  $P_0$ . Газ, оставшийся в баллоне, адиабатически расширяется совершив работу против давления окружающего воздуха. Вследствии этого его температура понизится до некоторого значения  $T$  (процесс 3-4). Когда давление воздуха в баллоне станет равным внешнему, кран  $K_1$  быстро перекрывается и газ начинает медленно изохорически нагреваться до температуры  $T_1$  (процесс 4-5). Когда установятся новое равновесие, давление в баллоне повысится до  $P = P_0 + \Delta P_2$ . Величина  $\Delta P_2$  измеряется водяным манометром.

По измеренным давлениям  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$  можно вычислить отношение

теплоемкостей  $j = C_p / C_v$ , используя формулу  $j = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2}$  (9). Полученная

формула справедлива при выполнении следующих условий:

1. В процессе 3-4 кран баллона должен быть перекрыт в момент, когда давление в баллоне станет равным  $P_0$ .
2. Время, в течении которого давление в баллоне уменьшается от  $P_1$  до  $P_0$ , должно быть достаточно малым, чтобы теплообменом с окружающим воздухом можно было пренебречь.

На практике эти условия точно выполнять не удается, и при относительной простоте данный метод оказывается неточным. Более точное экспериментальное определение  $j$  методом Клемана – Дезорма сводится к многократному проведению опыта при изменении времени  $T$  открытия крана  $K_1$  в процессе адиабатического расширения газа в баллоне. Затем вычисляются отношения  $\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}$

при различных  $T$  и строится график зависимости  $\ln \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}$  от времени открытия крана  $T$ .

#### Порядок выполнения работы

1. Накачать насосом воздух в баллон (процесс 1-2) так, чтобы величина  $\Delta P_1$  показываемая  $U$  –образным водяным манометром составляло 20-25 см. водяного столба. Перекрыть кран  $K_1$  и  $K_2$  и выждать несколько минут пока температура в баллоне не установится равной окружающей среде (процесс 2-3). Измерить установившееся давление  $\Delta P_1$  и записать его.
2. Открыть кран  $K_1$  и выпустить воздух из баллона. Как только давление внутри баллона сравняется (сравниваются уровни жидкости в обоих коленах водяного манометра), кран  $K_1$  закрывается и газ в баллоне выдерживается несколько минут чтобы он нагрелся снова до комнатной температуры. После этого производят измерения превышения давления  $\Delta P_2$ .

3. Провести вычисления  $j$  по формуле (9), записать полученное значение. Опыт повторить не менее пяти раз, меняя величину  $\Delta P_1$  и проводя вычисление  $j$ . За истинное значение принимают  $j_{\text{ист}} = j_{\text{ср}} \pm \Delta j_{\text{ср}}$ .

Таблица

№ п\п	$\Delta P_1$	$\Delta P_2$	$j$	$j_{\text{ср}}$	$\Delta j$	$\Delta j_{\text{ср}}$	$\sigma, \%$
-------	--------------	--------------	-----	-----------------	------------	------------------------	--------------

$$\sigma = \frac{\Delta j_{\text{ср}}}{j_{\text{ср}}} \times 100\%$$

### Контрольные вопросы

1. Назовите основные параметры газа и запишите соотношения между ними.
2. Что такое теплоемкость газа?
3. Какова связь между  $C_p$  и  $C_v$ ? Почему  $C_p$  больше  $C_v$ ?
4. Почему процесс, происходящий в баллоне, при открытии крана может считаться адиабатическим ?
5. Как изменяется температура при адиабатическим процессе?
6. Что происходит с внутренней энергией при адиабатическом процессе?

### Литература

1. Булкин П.С., Попова И.И. Общий физический практикум. Молекулярная физика.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. том 1.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика.

## Лабораторная работа

### ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВ И МЕТАЛЛОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Цель работы: установить опытным путем зависимость сопротивления термистора и резистора от температуры и определение их температурных коэффициентов сопротивления.

Приборы: термометр, омметр ( мост Уитстона ), термистор, резистор, калориметрический сосуд, электроплитка, штатив с муфтой и лапкой, провода соединительные.

#### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Полупроводники (п/п) – это вещества, занимающие по своим электрическим свойствам обширную промежуточную область между проводниками и изоляторами. К п/п относится 4/5 состава земной коры, это большинство минералов, различные окислы и сульфиды. Типичными п/п являются графит, германий, кремний, селен.

В металлах носителями заряда являются свободные электроны. Атомы металлов характеризуются тем, что в них имеется один или несколько электронов, слабо связанных с ядром. При сближении атомов металла такие электроны под действием сил взаимодействия с соседними атомами отрываются от своих атомов, в результате чего становятся свободными и движутся по металлу в результирующем поле всех ионов и электронов хаотически. Эти отщепившиеся электроны являются электронами проводимости.

Опыт показывает, что в металлах концентрация свободных электронов практически не зависит от температуры, даже при самых низких температурах (около абсолютного нуля температуры,  $T > 0^0$  К), в образовании электронов проводимости в металлах тепловое движение не играет существенной роли.

Полупроводники при низких температурах имеют громадное удельное сопротивление (практически являются изоляторами), но при увеличении температуры их удельное сопротивление сильно уменьшается и при достаточно высоких температурах становится весьма малым. Напомним что, удельным сопротивлением называется сопротивление тела, приходящееся на единицу длины этого тела, с единичным поперечным сечением. В полупроводниках концентрация носителей заряда с увеличением температуры чрезвычайно сильно возрастает.

По данным опыта концентрация электронов в достаточно чистом кремнии при комнатных температурах, порядка  $10^{11}$  эл/см<sup>3</sup>, а его удельное сопротивление около 60000 Ом×см., но при температуре 700<sup>0</sup>С концентрация свободных электронов возрастает до  $10^{18}$  эл/см<sup>3</sup>, а удельное сопротивление падает до 0,1 Ом×см., т.е. почти в миллион раз.

Сильная зависимость концентрации носителей заряда  $n/p$  от температуры показывает, что в этом случае электроны проводимости возникают под действием теплового движения.

Рассмотрим процесс образования электронов проводимости в  $n/p$  на примере кремния. Атом кремния имеет порядковый номер в периодической системе Менделеева  $Z=14$ . Поэтому заряд ядра кремния равен  $+14$  и в состав его атома входит 14 электронов. Однако только 4 из них являются слабо связанными. Именно эти слабо связанные электроны участвуют в химических реакциях и обуславливают валентность кремния равную четырем, отчего они и получили названия валентных электронов. Остальные 10 электронов вместе с ядром образуют состав ядра, имеющий заряд  $+4$  ( $+14p-10e=+4p$ ), он окружен четырьмя валентными электронами (рис.1), которые движутся вокруг состава ядра и образуют облако отрицательного заряда.

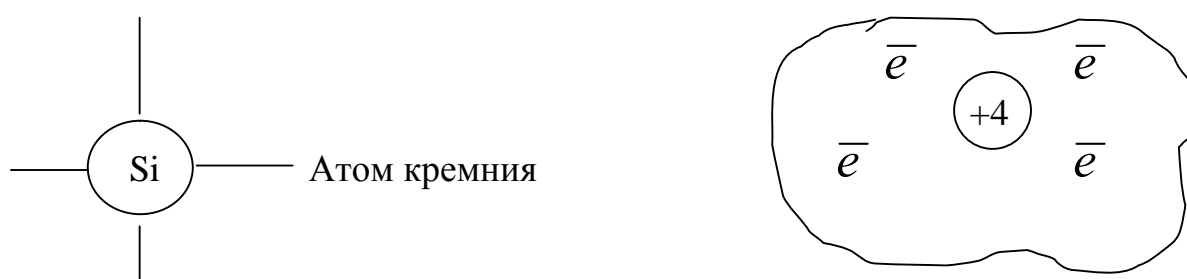


Рис.1

В решетке кремния расположение атома таково, что каждый атом окружен четырьмя ближайшими соседями. Упрощенная плоская схема расположения атомов показана на рис 2.

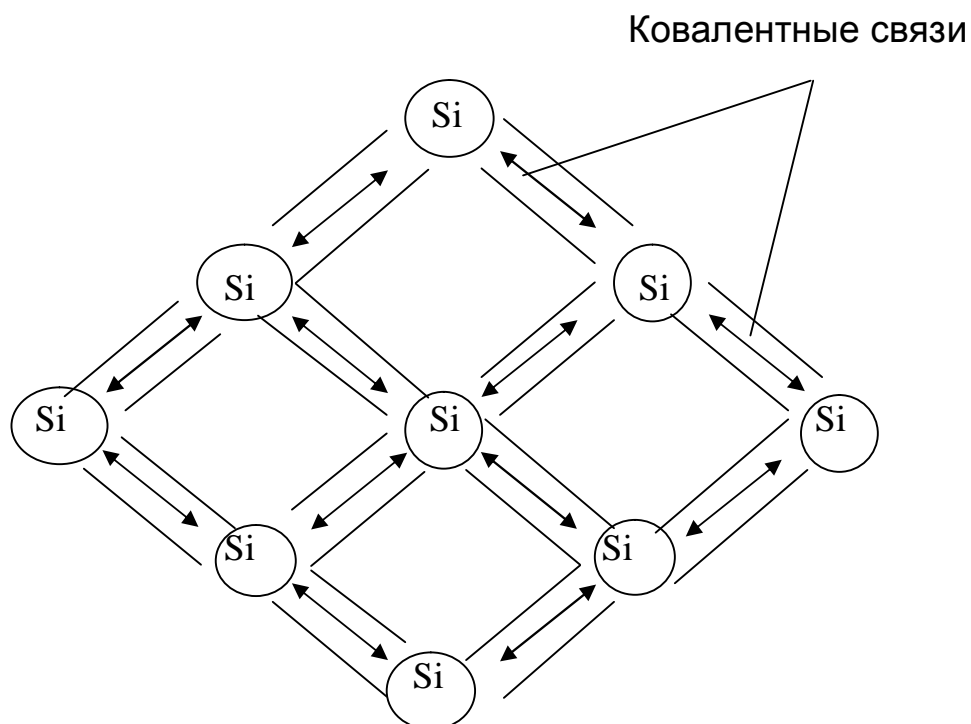


Рис. 2

Связь двух соседних атомов обусловлена парой электронов, образующих так называемую парно - электронную или **ковалентную связь**. Такая связь на рисунке показана двунаправленными стрелками. При такой валентной связи каждый атом оказывается связанным с четырьмя соседними атомами, обмениваясь электронами с каждым из них.

Кристаллическая решетка, в которой каждый электрон внешней орбиты связан ковалентной связью, называется **идеальной**. В кристалле, имеющем идеальную решетку, все электроны прочно связаны между собой и не участвуют в проводимости.

Для того , чтобы разорвать валентную связь в таком кристалле, необходимо электрону сообщить некоторое количество энергии  $dE$ , разной для разных п/п. Эту энергию электрон может получить ,например, при освещении или нагревании п/п.

При повышении температуры кристалла тепловые колебания атомов решетки приводят к разрыву некоторых валентных связей. В результате этого часть электронов ранее участвовавших в образовании валентных связей становятся электронами проводимости (свободными электронами). При наличии электрического поля они перемещаются против поля и образуют электрический ток. Такая проводимость называется **электронной**. Чем выше температура, тем большее число валентных электронов получает энергию  $E$  ( или превышающую ее), необходимую для разрыва валентной связи, а следовательно, тем больше будет свободных электронов и больше величина электропроводности п/п. Зависимость удельной проводимости от температуры выражается формулой:

$$Y = Y_0 \times e^{(dE/2kT)}$$

где  $dE$  – энергия, необходимая для разрыва валентной связи;

$Y_0$  - некоторый постоянный коэффициент, имеющий для многих п/п численное значение  $10e+5$ ;

$k$ - постоянная Больцмана ( $1.38 \cdot 10e - 23$  Дж/К);

$T$  – абсолютная температура п/п ( $T = t + 273$ ).

Таким образом, для п/п решающим фактором определяющим их электропроводность является наличие теплового движения. Кроме переноса зарядов с помощью электронов, в п/п возможен и другой механизм электропроводности. Всякий разрыв валентной связи приводит к появлению вакантного места с отсутствующей связью. Такие вакантные места с отсутствующими электронами связи получили название “дырок” (рис.3).

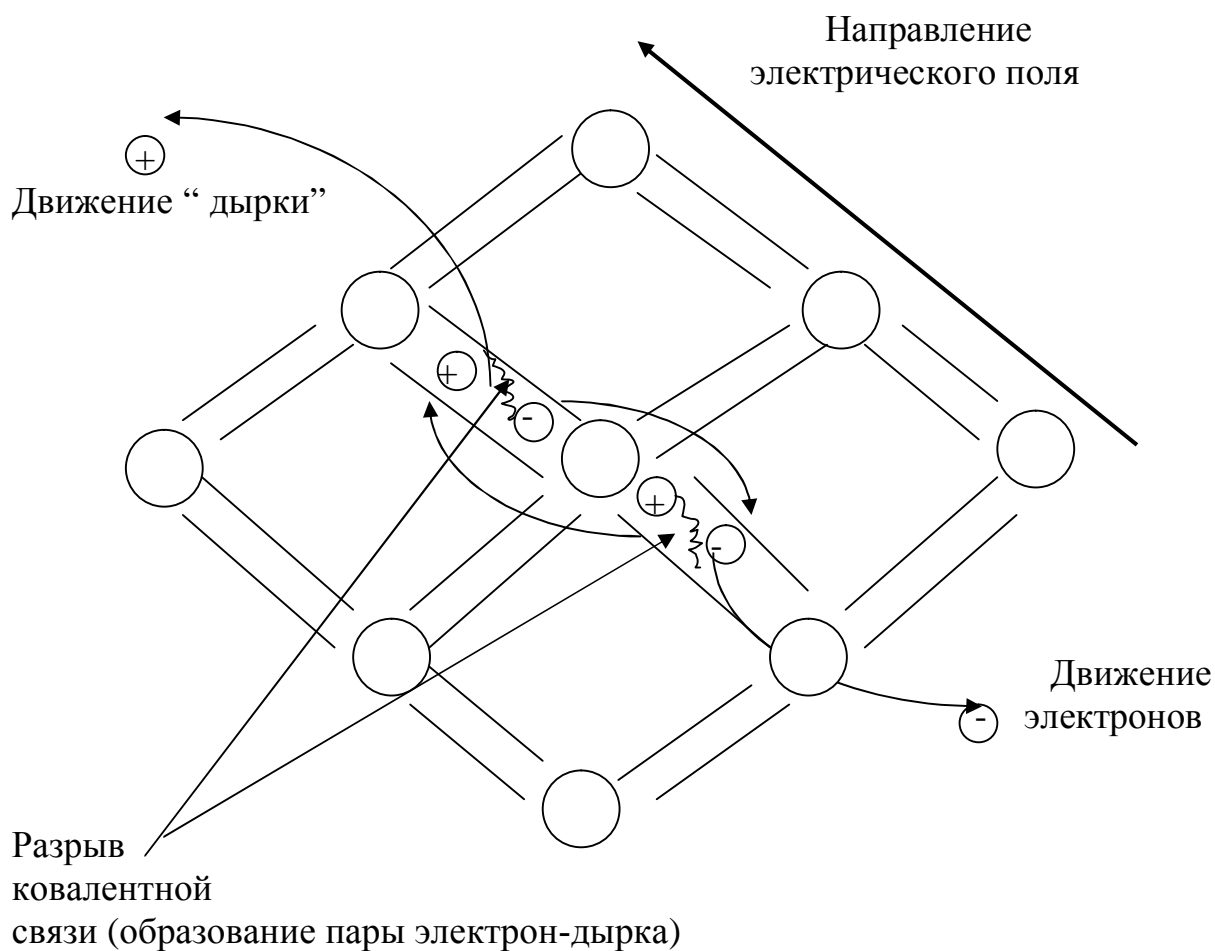


Рис. 3

Возникновение дырок в п/п создает дополнительную возможность для переноса зарядов. Действительно, при наличии дырки какой-либо из электронов связи соседнего атома может перейти на место дырки. В результате на этом месте будет восстановлена нормальная связь, но зато появится дырка по соседству, в направлении поля. В эту новую дырку, в свою очередь, может перейти какой-либо из других электронов связи и т.д. Дырки будут двигаться в направлении электрического поля, т.е. так как двигались бы положительно заряженные частицы. Рассмотренный процесс проводимости называется **дырочной проводимостью**. Следовательно, в п/п возможны два различных процесса электропроводимости: электронный, осуществляемый движением электронов проводимости, и дырочный, обусловленный движением.

Значительная зависимость сопротивления п/п от температуры позволила сконструировать чувствительные термосопротивления, названные **термисторами**, представляющие собой объемные п/п сопротивления с большим отрицательным температурным коэффициентом сопротивления, означаящим уменьшение его удельного сопротивления с ростом температуры.

## ОПИСАНИЕ ПРИБОРА ММВ



Исследуемые сопротивления представляют собой термистор (п/п) и резистор (металл) – спираль из медной изолированной проволоки, намотанной на картонную трубку, которые вложены во внутрь пробирок. Концы термистора и резистора выведены к клеммам, к которым присоединяются провода, идущие к линейному мосту типа ММВ (мост Уитстона), предназначенного для технических измерений сопротивлений по постоянному току, лежащих в диапазоне от 0.05 до 50000 Ом.

Все элементы моста: сравнительные сопротивления, реохорд, гальванометр и батарея находятся в общем корпусе. На крышке корпуса выведены две клеммы К1 и К2, гальванометр Г, кнопка К и две рукоятки: рукоятка переключателя пределов П с делениями 0.1; 10; 100; 1000; и рукоятка реохорда Р с делениями от 0.5 до 50. Измеряемое сопротивление присоединяется к клеммам К1 и К2 прибора. Установив переключатель прибора П (предел измерений) на нужный диапазон, нажимают кнопку К и вращением рукоятки реохорда Р устанавливают стрелку гальванометра Г на нуль. Надписи на шкале гальванометра Г “мало” и “много” облегчают уравнивание, показывают, следует ли увеличивать или уменьшать показания рукоятки реохорда Р в зависимости от направления отклонения стрелки. Величина измеряемого сопротивления равна произведению отсчета переключателю пределов измерения П на отсчет по рукоятке реохорда Р.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Составить цепь (рис.4).

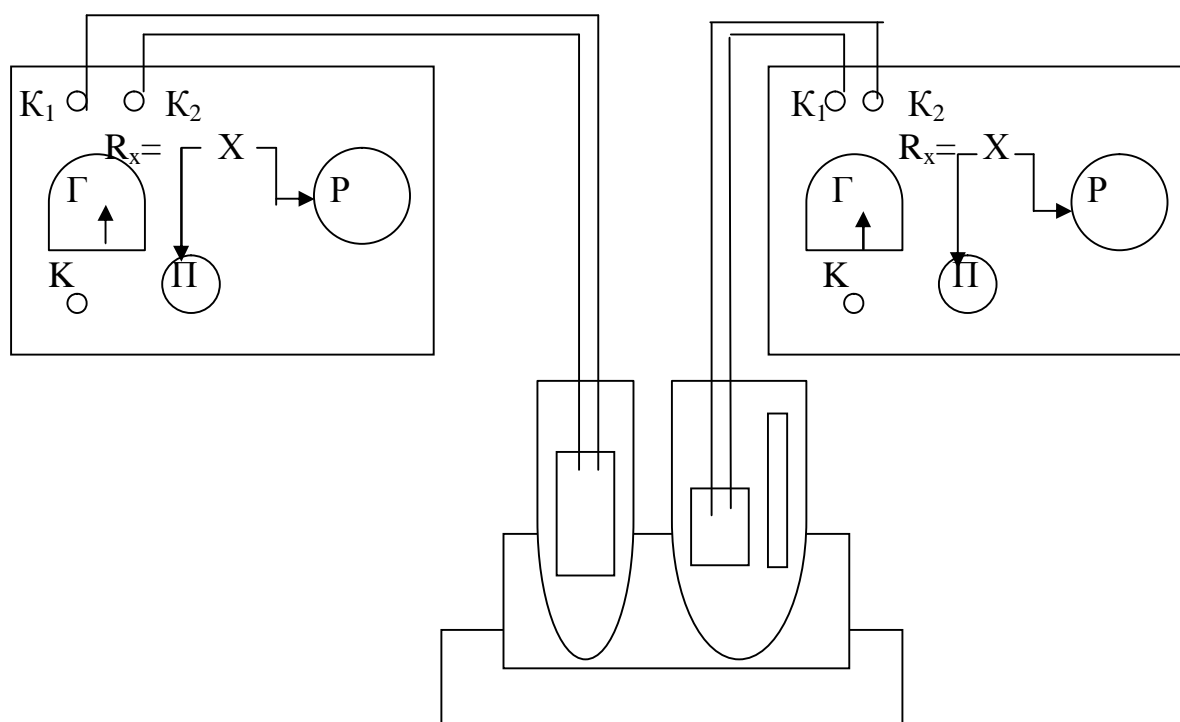


Рис.4

Измерить сопротивление п/п и металла при комнатной температуре  $t^{\circ}\text{C}$ .

Температуру по шкале Цельсия перевести в температуру по шкале Кельвина по формуле  $T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273^{\circ}\text{C}$ . Включить плитку и измерять сопротивления п/п и металла через каждые  $10^{\circ}\text{C}$ . Данные заносят в таблицу 1.

Таблица 1

$t, ^{\circ}\text{C}$	$T, \text{K}$	$R_m, \text{Ом}$	$R_{n/n}, \text{Ом}$	$\alpha_m, \text{K}^{-1}$	$\alpha_{n/n}, \text{K}^{-1}$

По полученным данным строят графики  $R=f(T)$  для металла (график 1) и п/п (график 2) отдельно. По оси абсцисс наносятся значения температур (в Кельвинах), а по оси ординат соответствующие сопротивления.

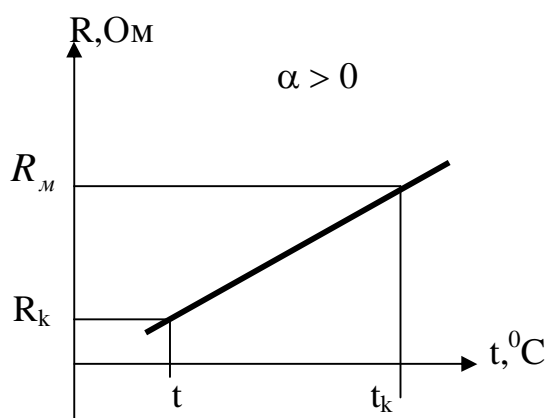


График 1

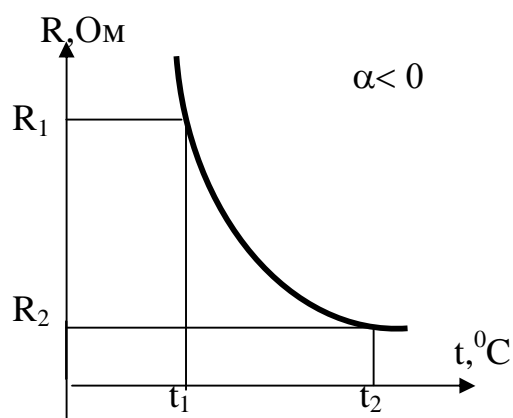


График 2

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

### 1)МЕТАЛЛ

Температурная характеристика резистора (металла) выражается формулой:

$$R_m = R_k [ 1 + \alpha_m (t - t_k) ]$$

Где  $R_m$  - сопротивление при текущей температуре;

$R_k$  - сопротивление при комнатной температуре;

$t$  - текущая температура;

$t_k$  - комнатная температура;

$\alpha_m$  - температурный коэффициент сопротивления.

Определил температурный коэффициент сопротивления для металла из графика 1 по формуле:

$$\alpha_m = \frac{R_m - R_k}{R_k \times (t - t_k)}$$

## 2) П/П

Температурная характеристика термистора (п/п) выражается формулой:

$$R_{n/n} = A \times e^{B/T}$$

где  $R_{n/n}$  - сопротивление термистора при данной температуре;

$T$  - температура по абсолютной шкале;

$e$  - основание натурального логарифма ( $e=2.718$ );

$A, B$  - постоянные коэффициенты, зависящие от физических свойств материала, технологии изготовления и конструкции термистора.

Постоянная  $B$  определяется экспериментально. Получают два уравнения:

$$R_1 = A \times e^{B/T_1} \qquad R_2 = A \times e^{B/T_2}$$

Разделив первое уравнение на второе и после преобразования получим:

$$B = \frac{T_1 \times T_2}{T_2 - T_1} \times \ln \left( \frac{R_1}{R_2} \right) = \frac{T_2 \times T_1}{T_2 - T_1} \times \lg \left( \frac{R_1}{R_2} \right)$$

Температурный коэффициент сопротивления определим для  $t = 20^0 \text{ C}$  по формуле:  $T = 20^0 + 273^0 = 293^0 \text{ K}$

$$\alpha_{n/n} = \frac{1}{R} \times \frac{dR}{dt} = - \frac{B}{T^2}$$

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Механизм проводимости металлов.
2. Зависимость сопротивления металлов от температуры.
3. Механизм проводимости п/п.
4. Зависимость сопротивления п/п от температуры и объяснение этой зависимости.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Калашников О.Г. Электричество, раздел “Полупроводники”
2. Шубин А.С. Курс общей физики.
3. Иверонова В.И. Физический практикум.
4. Майсова Н.Н. Практикум по курсу общей физики.
5. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по общей физике.